

PERANCANGAN ALGORITMA UNTUK MENGHITUNG HARGA OPSI *RESET* DENGAN METODE BINOMIAL

Bony Parulian Josaphat

Dosen Sekolah Tinggi Ilmu Statistik

Abstract

Reset option is one of exotic options or path-dependent options, namely his payoff option depends on the behavior of the price of the underlying asset between the beginning and the time to maturity, not solely depend on the final price of the underlying asset. Reset option discussed here is the reset option with single reset time . Based on the presence or absence of early exercise facility, reset option consists of an option of European and American.

This paper describes the design of algorithms for reset option price calculation using binomial method. Furthermore, in this paper also described the algorithm implementation. Algorithm implementation is done by developing a simple application using Java programming language. After implementing and testing, we obtain results that the designed algorithm is fairly accurate based on a comparison with the results of similar calculation using Ms. Excel .

Keywords: *opsi reset, opsi call, opsi put, metode binomial*

I. PENDAHULUAN

Harga saham dapat mengalami kenaikan ataupun penurunan seiring dengan kondisi yang ada. Opsi merupakan salah satu pilihan yang dapat digunakan untuk meminimalisasi resiko dan sekaligus memaksimalkan keuntungan dalam penjualbelian saham (lihat [4]). Secara umum, opsi, dalam dunia pasar modal, adalah suatu hak yang didasarkan pada suatu perjanjian untuk membeli atau menjual suatu komoditi, surat berharga keuangan, atau suatu mata uang asing pada suatu tingkat harga yang telah disetujui (ditetapkan di muka) pada setiap waktu dalam masa tiga bulan kontrak.

Dilihat dari cara pelaksanaan sebuah opsi maka paling tidak terdapat dua gaya yang dikenal saat ini yaitu :

- Opsi Eropa : yaitu suatu kontrak opsi yang hanya bisa dilaksanakan pada hari terakhir saat tanggal jatuh tempo masa berlakunya opsi tersebut.
- Opsi Amerika : yaitu suatu kontrak opsi yang bisa dilaksanakan kapan saja di dalam masa berlakunya kontrak opsi.

Dilihat dari sisi jual beli, opsi terdiri atas opsi beli dan opsi jual. **Opsi beli**, atau yang lebih dikenal dengan istilah *call option*, adalah suatu hak untuk membeli sebuah aset pada harga kesepakatan (*strike price*) dan dalam jangka waktu tertentu yang disepakati—baik pada akhir masa jatuh tempo ataupun di antara tenggang waktu masa sebelum jatuh tempo. **Opsi jual**, atau yang lebih dikenal dengan istilah *put option*, adalah suatu hak untuk menjual sebuah aset pada harga kesepakatan (*strike price*) dan dalam jangka waktu tertentu yang disepakati—baik pada akhir masa jatuh tempo ataupun di antara tenggang waktu masa sebelum jatuh tempo.

Model untuk penghitungan harga opsi diperkenalkan pertama kali oleh *Black and Scholes* (1973) dan *Merton* (1973). Mereka mengamati tingkah laku lognormal dari harga aset dan menurunkan suatu persamaan diferensial parsial (disingkat PDP) yang menggambarkan harga opsi. Untuk opsi Eropa, mereka telah menurunkan suatu penyelesaian bentuk tertutup dari PDP yang dikenal dengan rumus *Black-Scholes*.

Pada tahun 1979 *Cox, Ross and Rubinstein* (*Cox, J. C., Ross S. and Rubinstein M., Option Pricing: A simplified Approach," The Journal of Financial Economics, 7, 229-263, 1979.*) menyajikan suatu pendekatan sederhana untuk penghitungan harga opsi, yaitu suatu rumus harga opsi waktu diskrit. Dijelaskan tentang kenyataan bahwa rumus *Black-Scholes* merupakan suatu kasus limit khusus dari model *Cox-Ross-Rubinstein* (CRR) binomial diskrit. Dengan kata lain, model binomial menyediakan hampiran diskrit untuk proses harga kontinu di bawah model *Black-Scholes*.

Opsi reset merupakan jenis opsi yang dapat ditemukan di pasar opsi. Pada opsi reset, penjual dan pembeli opsi diperkenalkan dengan waktu reset. *Strike price* opsi reset akan di-reset menjadi *strike price* baru hanya pada *pre-specified reset date* jika harga aset pokok lebih rendah daripada *strike price*.

Opsi reset sudah diperjualbelikan dalam beberapa tahun ini. Chicago Board Options Exchange (CBOE) dan New York Stock Exchange (NYSE), keduanya memperkenalkan *S&P 500 index put warrants* dengan waktu reset 3 bulan di akhir 1996. Morgan Stanley menerbitkan *reset warrant* dengan *strike price* mula-mula \$44.73 pada Juli 1997. *Strike*

price akan diubah menjadi o \$39.76 pada 5 Agustus 1997 jika harga aset pokok jatuh di bawah \$39.76. Contoh lain lagi datang dari Taiwan, yaitu Grand Cathay Securities memiliki enam opsi reset yang terdaftar di Taiwan Stock Exchange (TSE) (Kode-kodenya di TSE adalah 0517, 0522, 0523, 0527, 0528, dan 0538) dari 1998 hingga 1999. [1]

Seiring dengan berkembangnya pengetahuan manusia mengenai opsi dan saham, banyak metode numerik penghitungan harga opsi yang muncul, di antaranya adalah metode trinomial, binomial, beda hingga, dan elemen hingga. Penulis memilih untuk menggunakan metode binomial karena metode ini termasuk salah satu teknik penghitungan harga opsi yang banyak digunakan dan merupakan salah satu teknik yang sederhana.

Akan tetapi, meskipun metode binomial dapat digunakan untuk memodelkan harga saham dengan cara yang sederhana, namun belum tentu mudah untuk merancang algoritma yang efisien. Hal inilah yang menumbuhkan niat penulis untuk membuat algoritma yang efisien yang dapat digunakan sebagai salah satu acuan untuk membuat kode program atau aplikasi untuk menentukan harga opsi dengan menggunakan metode binomial.

Tujuan penelitian pada makalah ini adalah merancang algoritma metode binomial yang akurat dan efisien untuk menentukan harga opsi reset; membuktikan apakah algoritma penghitungan harga opsi yang telah dibuat oleh penulis dapat diimplementasikan menjadi sebuah aplikasi; dan untuk mengetahui efisiensi algoritma yang telah dibuat.

Adapun spesifikasi kebutuhan dari perangkat lunak aplikasi ini adalah:

1. Menerima masukan data dari pengguna berupa nilai variabel-variabel yang dibutuhkan dalam menentukan harga opsi.
2. Dapat digunakan untuk menyelesaikan penghitungan harga opsi sesuai dengan jenis opsi yang ditentukan oleh pengguna.

Studi Literatur

Berikut ini dijelaskan pengertian opsi reset dan metode binomial, yaitu:

1. Opsi Reset

Opsi reset merupakan salah satu opsi *path-dependent* yang *strike price*-nya dapat direset berdasarkan kriteria tertentu. Pada opsi reset dikenal istilah waktu reset. Ini merupakan waktu yang diberikan kepada pemilik opsi untuk mengubah harga *strike price* ([2]).

2. Metode Binomial

Metode binomial merupakan salah satu teknik yang digunakan untuk menentukan harga saham. Dengan menggunakan metode binomial, harga saham dimodelkan secara

sederhana dengan menggunakan pohon binomial, dan harga saham pada setiap langkahnya akan mengalami kenaikan atau penurunan harga.

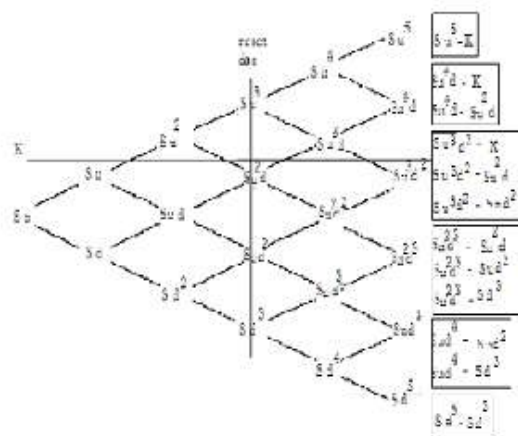
Dalam menentukan pergerakan harga saham dengan menggunakan metode binomial, harga saham (S) akan ditentukan dari hasil eksperimen acak Bernoulli berupa pelantunan koin. Bila pelantunan koin tersebut menghasilkan muka (H) maka harga saham akan naik dengan $P(H) = p$ dan jika pelantunan menghasilkan belakang (T) maka harga saham akan turun $P(T) = 1 - p = q$ (lihat [6]).

II. METODOLOGI

Berikut ini dijelaskan algoritma penghitungan harga opsi reset.

Algoritma penghitungan harga opsi reset

Gambaran pemodelan opsi reset dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Pemodelan harga saham untuk opsi reset dengan metode binomial

Algoritma penghitungan harga opsi reset dijelaskan sebagai berikut (lihat [4] dan [6]). Pada opsi reset ada 1 waktu jatuh tempo dan 1 waktu reset, yaitu secara berturut-turut T dan t' . Selang waktu $[0, t']$ dibagi menjadi M subselang (banyak langkah) yang sama panjang yaitu Δt dengan titik-titik bagi (sampai dengan t') $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_m = t'$ di mana

$$t_i = i\Delta t, \quad i = 0, 1, \dots, m$$

$$\Delta t = \frac{t'}{m}$$

$$M = \left\lceil \frac{T}{\Delta t} \right\rceil$$

dan $s_i = s(t_i)$ adalah harga saham pada waktu t_i . Asumsi-asumsi pada metode binomial adalah:

1. Dalam selang waktu Δt harga saham dapat naik atau turun menjadi $S_0 u$ atau $S_0 d$

dengan $0 < d < 1 < u$.

2. Peluang harga saham naik adalah p .
3. Ekspekasi *return* harga saham besarnya sama dengan suku bunga bebas resiko r , sehingga untuk harga saham yang bergerak secara acak dari S_i pada waktu t_i menjadi S_{i+1} pada waktu t_{i+1} berlaku $E(S_{i+1}) = S_i e^{r\Delta t}$.
4. Pada makalah ini dipilih $ud = 1$.

Solusi-solusi dari u, d , dan p adalah:

$$\begin{aligned} u &= \beta + \sqrt{\beta^2 - 1}, \\ d &= \beta - \sqrt{\beta^2 - 1}, \\ p &= \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}, \end{aligned}$$

dengan $\beta = \frac{1}{2}(e^{-r\Delta t} + e^{-(r+\sigma^2)\Delta t})$.

Misalkan pada waktu $t_0 = 0$ harga saham adalah S_0 , maka menurut metode binomial harga saham pada waktu $t_1 = 1\Delta t$ diberikan oleh S_0u atau S_0d . Selanjutnya harga saham mengambil salah satu dari S_0d^2, S_0ud , atau S_0u^2 . Jika langkah ini diteruskan maka pada waktu $t_i = i\Delta t$ akan terdapat $i+1$ harga saham yang mungkin terjadi, yang diberikan oleh

$$S_j = S_0 u^j d^{i-j}, \quad j = 0, 1, \dots, i$$

dengan S_j menyatakan harga saham pada waktu t_i dan telah terjadi kenaikan sebanyak j kali serta penurunan harga saham sebanyak $i-j$ kali, dihitung dari waktu $t_0 = 0$.

Pada waktu reset $t' = t_m$ terdapat $m+1$ harga saham yang mungkin, yaitu $S_{0,m}, S_{1,m}, \dots, S_{m,m}$. Lalu dari masing-masing harga saham ini dibuat lagi pohon binomial sebanyak $m+1$. Untuk langkah $i=m$ dan $j = 0, \dots, m$, misalkan $\{S_{k,m}^j\}_{k=0, \dots, M-m; j=0, \dots, k}$. Pada waktu jatuh tempo T , untuk tiap $j = 0, \dots, m$ terdapat $M-m+1$ harga saham yang mungkin yaitu $\{S_{l, M-m}^j\}_{l=0, \dots, M-m}$. Misalkan $\{RC_{l, M-m}^j\}_{l=0, \dots, M-m}$ menyatakan nilai-nilai *payoff* pada waktu jatuh tempo untuk opsi call reset

Eropa yaitu $RC_{l, M-m}^j = (S_{l, M-m}^j - K)^+ I_{(S_{l, M-m}^j \geq K)} + (S_{l, M-m}^j - K)^- I_{(S_{l, M-m}^j < K)}$. Dengan cara yang serupa, nilai-nilai *payoff* pada waktu jatuh tempo untuk opsi put Eropa diberikan oleh

$$RP_{l, M-m}^j = (S_{j, m} - S_{l, M-m}^j)^+ I_{(S_{j, m} \geq K)} + (K - S_{l, M-m}^j)^+ I_{(S_{j, m} < K)}$$

Harga-harga opsi call *reset* dan opsi put reset pada waktu $t_i \geq t'$, yang berkaitan dengan harga saham S_k^j , diberikan secara berturutan oleh $RC_{k,m}^j = e^{-r\Delta t}(pRC_{l+1, k+1}^j + (1-p)RC_{l, k+1}^j)$ dan $RP_{k,m}^j = e^{-r\Delta t}(pRP_{l+1, k+1}^j + (1-p)RP_{l, k+1}^j)$ dengan $l = 0, 1, \dots, k$ dan $k = M - m - 1, \dots, m + 1, m$. Untuk $k=l=0$ diperoleh $RC_{j,m} = RC_{00}^j$ dan $RP_{j,m} = RP_{00}^j$. Selanjutnya harga-harga opsi call *reset* dan opsi put

reset pada waktu $t_i < t'$ diberikan secara berturutan oleh

$$RC_{j_i} = e^{-r\Delta t} (pRC_{j+1,i+1} + (1-p)RC_{j,i+1}) \quad \dots(1)$$

$$RP_{j_i} = e^{-r\Delta t} (pRP_{j+1,i+1} + (1-p)RP_{j,i+1}) \quad \dots(2) \text{ dengan } i = m-1, \dots, 0 \text{ dan } j = 0, \dots, j.$$

Persamaan-persamaan (1) dan (2) secara berturut-turut adalah rumus-rumus harga aplikasi untuk opsi call reset Eropa dan opsi put reset Eropa.

Untuk opsi reset Amerika, pada persamaan (1) dan (2) di atas harus ditambahkan uji perbandingan harga-harga RC_{j_i} dan RP_{j_i} di atas dengan nilai *payoff* yang diperoleh seandainya dilakukan *early exercise* pada waktu t_i . Jadi diperoleh

$$RC_{j_i} = (S_{j_i} - K, e^{-r\Delta t} (pRC_{j+1,i+1} + (1-p)RC_{j,i+1}))^+ \quad \dots(3)$$

$$RP_{j_i} = (K - S_{j_i}, e^{-r\Delta t} (pRP_{j+1,i+1} + (1-p)RP_{j,i+1}))^+ \quad \dots(4) \text{ dengan } i = m-1, \dots, 0 \text{ dan } j = 0, \dots, j.$$

Implementasi

Algoritma di atas diimplementasikan ke dalam sebuah aplikasi yang dibangun untuk menentukan harga opsi. Hasil kalkulasi dari aplikasi, yang disebut harga aplikasi, dibandingkan dengan hasil penghitungan harga opsi menggunakan Ms. excel, yang disebut harga excel.

Adapun spesifikasi perangkat keras yang digunakan adalah sebagai berikut:

- Prosesor : Pentium 4 Intel 3.00 GHz
- RAM : 1 GB
- Hard disk : 80 GB

Sedangkan spesifikasi perangkat lunak yang digunakan adalah sebagai berikut:

- Sistem Operasi : Microsoft Windows XP Professional
- Bahasa Pemrograman : Java Standard Edition (JSE)
- Development Tools : JCreator, Edit plus 3

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut diberikan beberapa contoh hasil dalam pengujian penghitungan harga opsi dengan membandingkan harga aplikasi dengan harga excel. Input data yang dimasukkan dapat berbeda dalam setiap pengujian.

Pengujian untuk menghitung opsi *reset*

Secara keseluruhan ada 4 jenis opsi reset, yaitu:

1. call reset Eropa,
2. call reset Amerika,

3. put reset Eropa,
4. put reset Amerika.

Data masukan yang digunakan untuk menguji algoritma untuk keempat jenis opsi *reset di atas* adalah:

suku bunga (r) = 0.1,

volatilitas (σ) = 0.2,

waktu jatuh tempo (T) = 1.6,

waktu reset (t') = 1,

strike price (K) = 300,

banyak langkah (M) = 8.

Pengujian dilakukan untuk harga-harga saham awal yang bernilai 160, 170, ..., 240, 250 dan diperoleh hasil seperti yang ditunjukkan pada tabel 1 sampai tabel 4.

Tabel 1 Harga binomial opsi call reset Eropa

S_0	Harga aplikasi	Harga Excel
160	16.41472806502810	16.41473
170	18.072637603410600	18.07264
180	19.972777788734000	19.97278
190	21.882408912493300	21.88241
200	23.792040036252500	23.79204
210	25.701671160011700	25.70167
220	27.686472529365700	27.68647
230	30.526656159486700	30.52666
240	33.915896045929000	33.91590
250	37.331826240208000	37.33183

Tabel 2 Harga binomial opsi call reset Amerika

S_0	Harga aplikasi	Harga Excel
160	12.819207186301100	12.81921
170	13.965100580018700	13.96510
180	15.180155902906000	15.18016
190	16.395211225793200	16.39521
200	17.610266548680500	17.61027
210	18.825321871567800	18.82532
220	20.040377194455000	20.04038
230	21.618499848356800	21.61850
240	23.235158061278800	23.23516
250	24.851816274200900	24.85180

Tabel 3 Harga binomial opsi put reset Eropa

S_0	Harga aplikasi	Harga Excel
160	26.925051819572600	26.92505
170	28.360575031131200	28.36058
180	29.865260171859400	29.86526
190	31.369945312587600	31.36995
200	32.874630453315800	32.87463
210	34.379315594043900	34.37932
220	35.884000734772100	35.88400
230	36.212367040422600	36.21237
240	36.415880185175300	36.41588
250	36.619393329928000	36.61939

Tabel 4 Harga binomial opsi put reset Amerika

S_0	Harga aplikasi	Harga Excel
160	16.414728065028100	16.41473
170	18.072637603410600	18.07264
180	19.972777788734000	19.97278
190	21.882408912493300	21.88241
200	23.792040036252500	23.79204
210	25.701671160011700	25.70167
220	27.686472529365700	27.68647
230	30.526656159486700	30.52666
240	33.915896045929000	33.91590
250	37.331826240208000	37.33183

Pengujian batas banyak langkah penghitungan opsi

Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui banyak langkah yang masih valid untuk menghitung harga opsi. Pengujian dilakukan untuk data masukan:

suku bunga (r) = 0.1,

volatilitas (σ) = 0.2,

waktu jatuh tempo (T) = 1.6,

waktu reset (t') = 1,

harga saham awal (S_0) = 250,

strike price (K) = 300,

banyak langkah (M) = 92 dan 93.

Untuk $M = 92$ diperoleh hasil bahwa aplikasi tidak mengalami *hang*, namun untuk $M = 93$ diperoleh hasil bahwa aplikasi mengalami *hang*.

Pada tabel 1 sampai tabel 4 penghitungan harga opsi dilakukan untuk $M = 8$ agar bisa dibandingkan dengan harga opsi yang diperoleh dari Ms. Excel. Pada tabel 1 sampai tabel 4 diperoleh selisih yang relatif kecil antara harga aplikasi dan harga excel, yaitu lebih kecil dari 10^{-4} . Ini berarti aplikasi yang dibangun cukup akurat untuk menghitung harga opsi *reset*.

Pada aplikasi yang dibangun dilakukan pengujian untuk beberapa M . Ketika $M = 92$ aplikasi masih dapat melakukan penghitungan harga opsi, namun ketika $M = 93$ aplikasi mengalami *hang*. Hal ini mungkin disebabkan algoritma yang digunakan kurang efisien untuk perhitungan matematis yang rumit. Perhitungan matematis menggunakan metode binomial ini melibatkan ukuran matriks yang besar apabila banyaknya langkah besar.

IV. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan di atas diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Penulis telah membuat algoritma untuk menentukan harga opsi untuk jenis opsi *reset* dengan menggunakan metode binomial.
2. Dengan menggunakan aplikasi yang dikembangkan oleh penulis, penghitungan harga opsi yang dapat dilakukan adalah sampai $M = 92$ langkah dan ketika menggunakan data dengan $M = 93$ aplikasi mengalami *hang*. Hal ini mungkin disebabkan algoritma yang digunakan kurang efisien untuk perhitungan matematis yang rumit.
3. Setelah melakukan pengujian penghitungan harga opsi dengan menggunakan kode program dan membandingkannya dengan penghitungan harga opsi dengan menggunakan excel, selisihnya diperoleh lebih kecil dari 10^{-4} . Ini menunjukkan aplikasi yang dibangun cukup akurat.

Semakin besar langkah semakin akurat pula harga binomial yang diperoleh. Hal ini memerlukan ukuran matriks yang besar. Untuk menyelesaikan persoalan matriks berukuran besar biasanya digunakan metode yang efisien, yaitu metode *Successive Over-Relaxation* (SOR). Penghitungan harga opsi reset menggunakan metode binomial ini bisa dikembangkan menggunakan metode SOR.

DAFTAR PUSTAKA

- Szu-Lang Liao, Chou-Wen Wang, *The Valuation of Reset Options with Multiple Strike Resets and Reset Dates*, National Chengchi University, Taiwan, 2002.
- Shparber, M., S. Resheff, "Valuation of Cliquet Options", *The Leon Recanati Graduate School of Business Administration*, Tel Aviv University, Israel, pp. 1-46, 2004.
- Pakpahan, V., et. al., "Perancangan Algoritma untuk Menentukan Harga Opsi *Reset* dan Opsi *Barrier*", *Diploma 3 Final Project*, Del Polytechnic of Informatics, North Sumatera, Indonesia, 2010.
- Wikipedia, Opsi (keuangan), [http://id.wikipedia.org/wiki/Opsi_\(keuangan\)](http://id.wikipedia.org/wiki/Opsi_(keuangan)), 11/9/2009, diakses 06/10/2009.
- Marbun, B., "Penghitungan Harga Opsi Compound Menggunakan Metode Martingale dan Metode Binomial", *Master Thesis*, Bandung Institute of Technology, Bandung, Indonesia, 2008.