

HIERARCHICAL BAYES SPASIAL UNTUK ESTIMASI PENGELUARAN PERKAPITA LEVEL KECAMATAN

Dwi Asih Septi Wahyuni¹

Badan Pusat Statistik Kabupaten Tapanuli Tengah
e-mail: ¹asih.septi@bps.go.id

Abstrak

Badan Pusat Statistik merilis angka pengeluaran perkapita setiap tahun untuk 514 kabupaten/kota di Indonesia. Angka pengeluaran perkapita diperoleh melalui Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas). Susenas hanya dapat memberikan data yang akurat hingga level kabupaten/kota. Disisi lain, kebutuhan data hingga level kecamatan bahkan desa/kelurahan semakin meningkat guna memotret keberhasilan tujuan pembangunan berkelanjutan (*sustainable development goals*) setiap kabupaten/kota. Penelitian ini mengusulkan metode *small area estimation* dengan menggabungkan data survei dan sensus menggunakan model *hierarchical bayes* dengan mempertimbangkan keterkaitan antar wilayah (bobot spasial). Estimasi pengeluaran perkapita level kecamatan mampu memberikan hasil yang akurat dengan menggabungkan data pengeluaran perkapita sebagai variabel dependen dari Susenas dan data sensus dari Potensi Desa (Podes) sebagai variabel independen menggunakan model *hierarchical bayesspasial*.

Kata kunci: *small area estimation, hierarchical bayes, spasial, pengeluaran perkapita*

Abstract

The Central Bureau of Statistics releases annual per capita expenditure figures for 514 districts / cities in Indonesia. The per capita expenditure figures are obtained through the National Socio-Economic Survey (Susenas). Susenas can only provide accurate data down to the district / city level. On the other hand, the need for data up to the sub-district level and even villages / wards is increasing in order to capture the success of the sustainable development goals of each district / city. This study proposes a small area estimation method by combining survey and census data using a hierarchical Bayes model by considering the relationship between regions (spatial weight). The estimation of expenditure per capita at the sub-district level is able to provide accurate results by combining the per capita expenditure data as the dependent variable from Susenas and census data from the Village Potential Survey (Podes) as an independent variable using a bayesspasial hierarchical model.

Keywords: *small area estimation, hierarchical bayes, spatial, expenditure per capita*

PENDAHULUAN

Capaian keberhasilan pembangunan dapat diukur melalui sebuah data. Misalnya untuk mengetahui ketepatan sasaran program pengentasan kemiskinan, pemerintah harus memiliki data jumlah penduduk miskin dari tahun ke tahun. Selain itu, pemerintah juga memerlukan data penduduk miskin yang dapat disajikan hingga level administrasi level bawah seperti kecamatan dan desa/kelurahan.

Angka pengeluaran perkapita merupakan data dasar yang digunakan untuk menghitung garis kemiskinan dan jumlah penduduk miskin. Angka pengeluaran perkapita dihasilkan dari Susenas yang dilaksanakan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) setiap tahun. Namun sayangnya Susenas hanya mampu menghasilkan angka estimasi hingga level kabupaten/kota. Disisi lain, tuntutan ketersediaan data hingga level administratif yang lebih kecil seperti kecamatan bahkan desa/kelurahan semakin meningkat. Oleh karena itu diperlukan alternatif metode guna menghasilkan data yang akurat pada level kecamatan bahkan desa/kelurahan.

Rao dan Molina (2015) menyebutkan bahwa untuk memperoleh data hingga level area kecil (*small area*), dapat menggunakan model estimasi tidak langsung. Model tersebut menggunakan pendekatan model statistik dengan “meminjam kekuatan” dalam menghasilkan estimasi untuk area kecil dari data survey dan menggunakan data tambahan yang tersedia pada level kecil dari data sensus. Arndt, dkk (2016) mengatakan bahwa keterbatasan informasi yang tersedia pada survei dan sensus dapat diatasi melalui metode *small area estimation* (SAE). Chandra dan Kaustav (2018) telah melakukan estimasi jumlah penduduk miskin di Kota Bihar di India pada level kecamatan menggunakan data dari *Household Consumer Expenditure Survey 2011-2012 of NSSO* dan *Population Census 2011*. Hasilnya menunjukkan bahwa estimasi pada level kecamatan melalui metode SAE memberikan hasil yang akurat dan representatif.

Wahyuni (2018) dalam penelitiannya menyebutkan bahwa dalam melakukan penaksiran parameter area kecil, metode *hierarchical bayes* dengan bobot spasial memberikan akurasi yang lebih baik jika dibandingkan dengan metode *hierarchical bayes* tanpa bobot spasial. Grassetti dan Laura (2018) menyatakan bahwa korelasi antara unit spasial dapat digunakan pada level kecamatan untuk struktur model hirarki. Dalam penelitian ini, data pengeluaran perkapita level kecamatan diperoleh melalui metode SAE dari data Susenas dan Podes dengan metode *hierarchical bayes* dengan mempertimbangkan keterkaitan antar wilayah (bobot spasial).

METODE HIERARCHICAL BAYES SPASIAL

Rao dan Molina (2015) menyebutkan bahwa esensi metode area kecil adalah penggunaan data tambahan yang tersedia pada level area kecil seperti data administratif atau data sensus sebelumnya. Data tersebut digunakan untuk membangun variabel prediktor untuk digunakan pada model statistik yang dapat digunakan untuk melakukan estimasi area kecil.

Model SAE diklasifikasikan menjadi dua tipe, yang pertama model level area yang menghubungkan estimasi langsung area kecil dengan kovariat area spesifik dan yang kedua model level unit yang menghubungkan nilai unit dari variabel penelitian untuk dikaitkan dengan kovariat unit spesifik dan juga kemungkinan kovariat area spesifik (Molina, Isabel, Balgobin Nandram, dan J.N.K Rao, 2014).

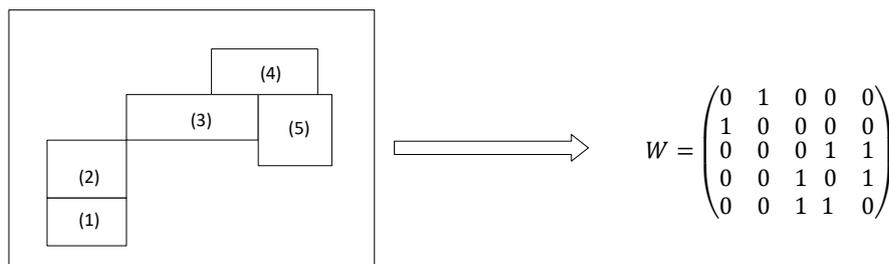
Estimasi langsung pengeluaran perkapita level kecamatan menggunakan data susenas tidak dapat dilakukan karena jumlah sampel yang hanya memberikan presisi hingga level kabupaten/kota. Marchetti dan Luca (2017) menyebutkan bahwa estimator langsung hanya digunakan pada unit area khusus, sehingga ketika jumlah sampel kecil maka estimasi langsung akan menghasilkan estimasi yang tidak dapat dipercaya serta menghasilkan varians yang besar. Oleh karena itu

diperlukan metode estimasi tidak langsung untuk menghasilkan angka pengeluaran perkapita level kecamatan dengan metode SAE.

Estimasi pengeluaran perkapita level kecamatan dalam penelitian ini diperoleh melalui metode *hierarchical bayes* spasial. Data pengeluaran perkapita diperoleh dari Susenas, namun variabel independen yang akan digunakan tidak tersedia pada data Susenas sehingga model SAE yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan pendekatan model level area. Variabel independen yang digunakan berasal dari data Podes 2014. Penentuan variabel independen berdasarkan pada kajian literature dan penelitian-penelitian sebelumnya. Selain itu kelima variabel independen memiliki hubungan erat dengan variabel dependen yakni pengeluaran perkapita. Berikut variabel independen yang digunakan dalam penelitian ini:

1. Rasio keluarga pengguna listrik PLN per kecamatan
2. Rasio SD/MI dan SMP/MTs Negeri per 10.000 penduduk per kecamatan
3. Rasio SMA/MA dan SMK Negeri per 10.000 penduduk per kecamatan
4. Rasio tenaga medis per 10.000 penduduk per kecamatan
5. Jumlah bantuan pemerintah kabupaten per kecamatan

Bobot spasial yang digunakan dalam penelitian ini adalah *rook contiguity*. Lessage (1999) menyebutkan bahwa *rook contiguity* merupakan salah satu matriks ketergantungan spasial yang menetapkan bahwa bernilai 1 jika wilayah $-i$ berhimpit sisinya dengan wilayah- j dan bernilai 0 (nol) jika tidak berhimpit sisinya dengan wilayah $-j$. Berikut ilustrasi dari *rook contiguity*:



Gambar 1. Ilustrasi *Rook Contiguity*

Pemodelan *hierarchical bayes* spasial yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan model spasial yang diterapkan oleh Rao dan Molina (2015) sebagai berikut:

1. Hirarki 1

$$y_i | \theta_i, \sigma_v^2 \sim N_p(\theta_i, \psi_i) \dots\dots\dots (1)$$

Dimana ψ_i adalah matriks diagonal dengan elemen σ_i^2/n_i .

- a) y_i menunjukkan pengeluaran perkapita di kecamatan ke i .
- b) θ_i merupakan parameter dari variabel y_i yang berdistribusi normal. θ_i juga merupakan parameter sasaran yang akan diestimasi pada penelitian ini.

Model ini merupakan distribusi sampel variabel pengeluaran perkapita dari data Susenas 2017.

2. Hirarki 2

$$\theta_i | \beta, \sigma_v^2 \sim N(x_i^T \beta, \sigma_v^2 D^{-1}) \dots\dots\dots (2)$$

Dimana:

- a) $x_i = (x_{1i}, \dots, x_{pi})^T$ adalah variabel independen
- b) $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)^T$ adalah vektor $p \times 1$
- c) $D = \lambda R + (1 - \lambda)I$
- d) R adalah matriks pembobot spasial berdimensi $m \times m$ dengan anggota r_{ii} adalah banyaknya tetangga area ke- i , $r_{il} = 1$, jika area i adalah tetangga area l dan 0 (nol) lainnya dan $i \neq l$, $m =$ banyaknya area kecil
- e) λ adalah parameter autokorelasi spasial, bernilai $0 \leq \lambda \leq 1$
- f) $\sigma_v^2 =$ varians antar area kecil
- g) $I =$ matriks identitas berdimensi m

Model ini menggambarkan pola hubungan antara pengeluaran perkapita dengan data pendukung dari Podes 2014

3. Distribusi Prior

Prior untuk parameter model $(\beta, \lambda, \sigma_v^2, \sigma_1^2, \dots, \sigma_m^2)$ saling bebas, $f(\beta) \propto 1$

$$\frac{1}{\sigma_v^2} \sim \text{gamma}(a, b); a \geq 0, b \geq 0$$

- a) v_i merupakan pengaruh acak yang diasumsikan mengikuti distribusi normal dengan rata-rata 0 (nol) dan varians σ_v^2 . Dalam melakukan penaksiran y_i distribusi prior konjugat yang tepat adalah *invers gamma*.
- b) Distribusi prior dari σ_v^2 yakni invers gamma. Nilai a dan b pada invers gamma dapat ditentukan pada nilai mendekati 0 (nol) sebagai bentuk tidak dimilikinya informasi awal (Zhou dan You, 2008).
- c) $f(\beta) \propto 1$ menunjukkan bahwa distribusi prior untuk β dalam model *hierarchical bayes* adalah *flat prior* yakni prior yang memiliki densitas serba sama *equally likely/uniformly distributed*. Jenis prior ini digunakan karena β hanya mempunyai nilai-nilai pada *range* yang tertentu saja.

Bukhari (2015) menyatakan bahwa dari hasil simulasi, model *hierarchical bayes* spasial lebih baik dari model *hierarchical bayes* tanpa bobot spasial karena memberikan nilai RB dan RRMSE yang lebih kecil. Oleh karena itu, dalam penentuan model terbaik dalam penelitian ini adalah dengan melihat nilai *relative bias* (RB) dan *relative root mean square error* (RRMSE) terkecil pada model *hierarchical bayes* spasial. Berikut dengan rumusan RB dan RRMSE:

$$1. RB_i = \frac{1}{k} \frac{\sum_{k=1}^K (\hat{Y}_i^{(k)} - \bar{Y}_i)}{\bar{Y}_i} \dots\dots\dots (3)$$

$$2. RRMSE = \frac{\sqrt{\frac{1}{k} \sum_{k=1}^K (\hat{Y}_i^{(k)} - \bar{Y}_i)^2}}{\bar{Y}_i} \dots\dots\dots (4)$$

Metode SAE dalam penelitian ini menggunakan model *hierarchical bayes* spasial melalui proses simulasi. Simulasi dilakukan dengan menggunakan data pengeluaran perkapita sebanyak 20 kecamatan hasil Susenas. Adapun variabel independen yang digunakan sebanyak 5 variabel berasal dari Pendataan

Podes. Simulasi dilakukan menggunakan *software* R. Data dibangkitkan dari distribusi posterior $\sigma_v^2 \sim IG(a, b)$, dimana *IG* adalah invers gamma.

Berikut tahap simulasi model *hierarchical bayes* spasial:

1. Menyiapkan data Susenas 2017 dan Podes 2014.
2. Menduga pengeluaran perkapita masing-masing kecamatan menggunakan metode estimasi langsung (*direct estimation*).
 - a. Dari data Susenas 2017, dihitung estimasi langsung pengeluaran perkapita setiap kecamatan.
 - b. Melakukan uji normalitas dengan metode Anderson Darling. Uji anderson darling digunakan karena data yang digunakan dalam penelitian adalah data kuantitatif. Selain itu uji anderson darling juga dapat digunakan untuk menguji kenormalan berbagai macam sebaran sebaran data yakni sebaran normal, lognormal, eksponensial, weibull, dan logistik.
3. Melakukan eksplorasi data untuk melihat keterkaitan antara variabel dependen pengeluaran perkapita dengan keseluruhan variabel independen.
4. Membentuk model SAE dengan metode *hierarchical bayes* spasial untuk pengeluaran perkapita setiap kecamatan ke- i dengan menggunakan informasi dari variabel penyerta
5. Menambahkan matriks ketergantungan spasial *rook contiguity*.
6. Mengolah data dan model menggunakan algoritma *Gibbs Sampling* MCMC melalui *software* R Algoritma *Gibbs Sampling* MCMC digunakan karena mampu menghasilkan nilai posterior melalui proses penghitungan integral yang rumit dan multidimensi. Algoritma *gibbs sampling* mampu menghasilkan nilai estimasi parameter dengan algoritma yang paling sederhana.
 - a. Memeriksa konvergensi rantai markov yang dihasilkan melalui diagnosis *trace plot*, *density plot*, dan *autocorrelation plot*.

- b. Membandingkan RB dan RRMSE estimasi langsung dengan estimasi SAE *hierarchical bayes* spasial.
- c. Melakukan proses iterasi sebanyak 150.000 kali
- d. Memilih model terbaik.
- e. Memperoleh estimasi pengeluaran perkapita level kecamatan dengan metode *hierarchical bayes* spasial.

Bentuk *gibbs sampling* untuk model SAE dengan metode *hierarchical bayes* spasial sebagai berikut:

- i. $[\theta_i | \beta, \lambda, \sigma_v^2, y_i] \sim MVN[\Lambda y, (1 - \Lambda)X\beta, \Lambda E]$ dimana $\Lambda = (E^{-1} + D/\sigma_v^2)^{-1}E^{-1}$ dengan $E = \{\tilde{\sigma}_1^2, \dots, \tilde{\sigma}_1^2\}$ dan $X = (x_1, \dots, x_m)^T$
- ii. $[\beta | \theta, \lambda, \sigma_v^2, y_i] \sim MVN[(X'DX)^{-1}X'D\theta, \sigma_v^2(X'DX)^{-1}]$
- iii. $[\lambda | \theta, \beta, \sigma_v^2] \sim [\lambda R + (1 - \lambda)I]^{\frac{1}{2}} x \exp\{-\frac{1}{2\sigma_v^2}(\eta - X\beta)'[\lambda R + (1 - \lambda)I](\theta - X\beta)\}$
- iv. $[\sigma_v^2 | \theta, \beta, \lambda] \sim IG[\frac{m}{2} + a, \frac{1}{2}(\theta - X\beta)'D(\theta - X\beta) + b]$

Dimana:

- a) MVN adalah multivariate normal
- b) $\Lambda = (\Lambda_1, \dots, \Lambda_p)$ adalah vector $p \times 1$
- c) E adalah matriks diagonal dengan elemen $\sigma_i^2 = \tilde{\sigma}_1^2$

Berdasarkan bentuk gibbs sampling tersebut, penaksiran parameter $\theta, \beta, \sigma_v^2$ dapat dibangkitkan secara langsung dari (i), (ii), dan (iv) melalui algoritma *gibbs sampling* karena ketiga parameter memiliki distribusi yang jelas yakni normal dan invers gamma.

SIMULASI MODEL

Data pengeluaran perkapita level kecamatan hasil estimasi langsung dari data Susenas dilakukan uji normalitas dengan uji Anderson Darling menggunakan software R. Hasil uji normalitas menunjukkan dengan tingkat signifikansi 5 persen, data pengeluaran perkapita berdistribusi normal dengan nilai statistik uji anderson darling sebesar 0,69472 dan *p-value* sebesar 0,05879. Oleh karena itu pemodelan *hierarchical bayes* spasial menggunakan distribusi normal.

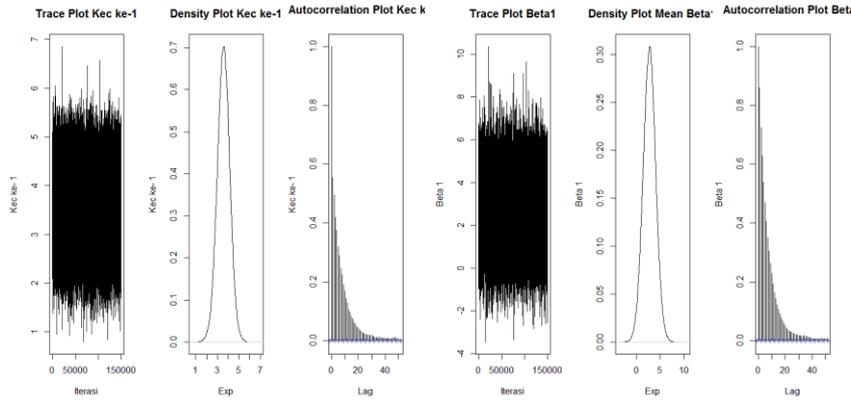
Sebelum proses simulasi model, dilakukan uji korelasi hubungan antara variabel dependen yang diperoleh dari data Susenas dan variabel independen yang diperoleh dari data Podes. Tabel 1 menunjukkan hasil korelasi pearson antara variabel Y dan X1, X2, X3, X4, X5. Hasil uji korelasi menunjukkan bahwa variabel Y

Tabel 1. *Correlations*

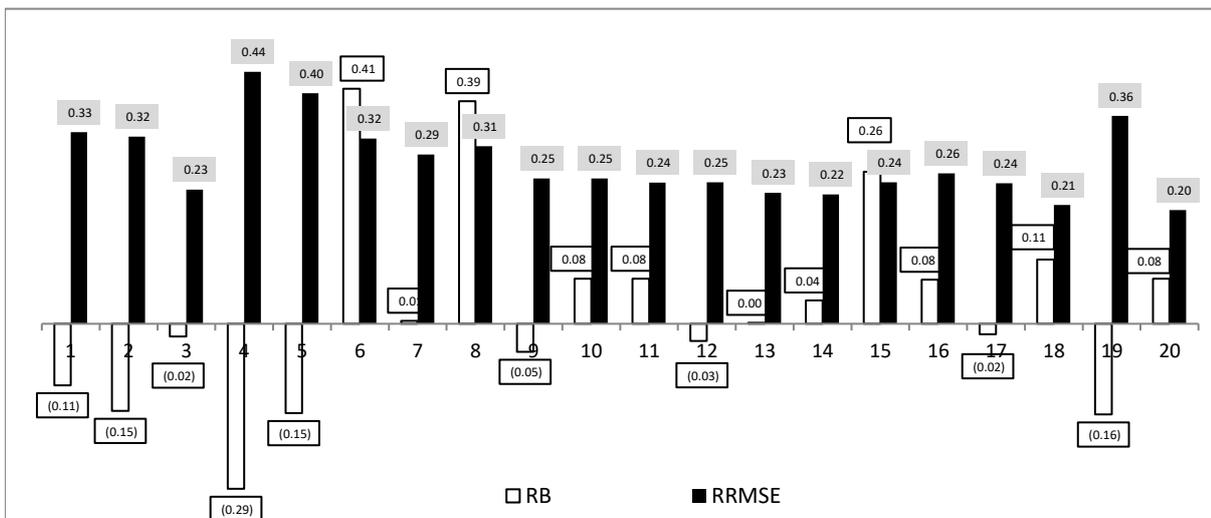
		Y	X1	X2	X3	X4	X5
Y	Pearson Correlation	1	.610**	.733**	.650**	.652**	-.279
	Sig. (2-tailed)		.004	.000	.002	.002	.233
	N	20	20	20	20	20	20
X1	Pearson Correlation	.610**	1	.437	.557*	.490*	-.615**
	Sig. (2-tailed)	.004		.054	.011	.028	.004
	N	20	20	20	20	20	20
X2	Pearson Correlation	.733**	.437	1	.701**	.524*	-.144
	Sig. (2-tailed)	.000	.054		.001	.018	.544
	N	20	20	20	20	20	20
X3	Pearson Correlation	.650**	.557*	.701**	1	.656**	-.396
	Sig. (2-tailed)	.002	.011	.001		.002	.084
	N	20	20	20	20	20	20
X4	Pearson Correlation	.652**	.490*	.524*	.656**	1	-.117
	Sig. (2-tailed)	.002	.028	.018	.002		.624
	N	20	20	20	20	20	20
X5	Pearson Correlation	-.279	-.615**	-.144	-.396	-.117	1
	Sig. (2-tailed)	.233	.004	.544	.084	.624	
	N	20	20	20	20	20	20

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

* . Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).



Gambar 2. Trace plot, density plot, dan autocorrelation plot



Gambar 3. Hasil RB dan RRMSE Pengeluaran Perkapita Level Kecamatan Metode Hierarchical Bayes Spasial

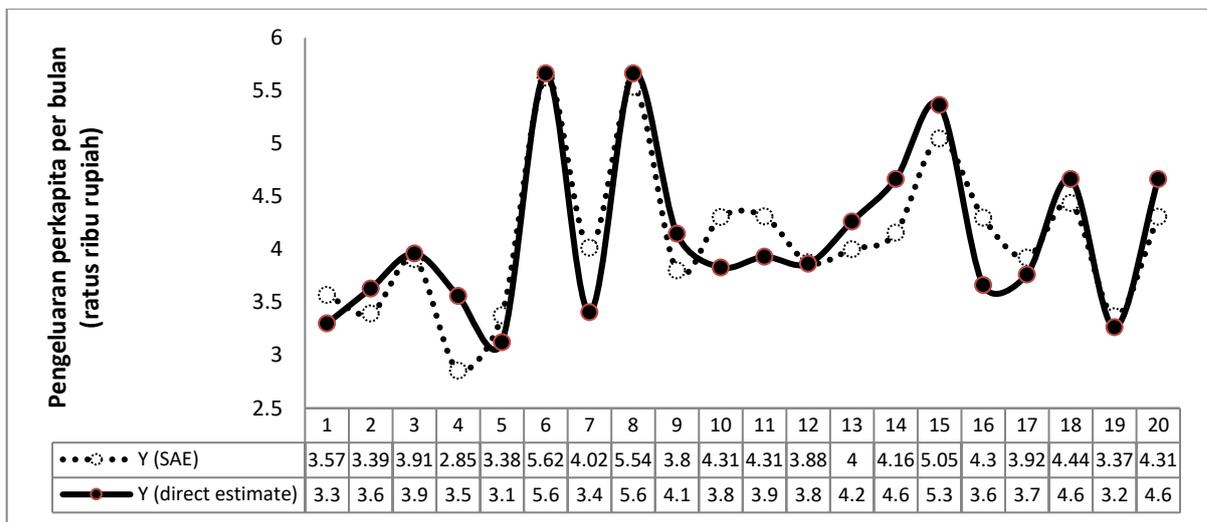
berhubungan erat dengan variabel X1, X2, X3, X4. Oleh karena itu dalam proses pemodelan variabel independen yang digunakan hanya X1, X2, X3, X4.

Karakteristik suatu model dapat diketahui melalui sebuah simulasi. Dalam penaksiran parameter pengeluaran perkapita menggunakan *hierarchical bayes* spasial digunakan inisiasi awal parameter $a = b = 0,01$, dan $\sigma_v^2 = 0,001$. Iterasi yang dilakukan dalam proses pemodelan sebanyak 15.000 kali. Proses iterasi dilakukan hingga mencapai titik stasioner. Kestasioneran dapat dilihat dari *trace plot*, *density plot*, dan *autocorrelation plot* berikut:

Gambar 2 menunjukkan bahwa proses *burn in* telah selesai pada *trace plot* sehingga distribusi posterior telah konvergen dan memberikan nilai yang cukup stabil karena sudah tidak membentuk

pola tertentu. *Density plot* (plot kepekatan peluang) menunjukkan bahwa pola distribusi dari penduga parameter yang diamati cenderung simetris. *Autocorrelation plot* menunjukkan bahwa nilai-nilai autokorelasi mendekati satu dan selanjutnya nilai-nilai berkurang menuju nol sehingga dapat dikatakan bahwa pada rantai terdapat korelasi penaksiran pengeluaran perkapita antar iterasi. Korelasi tersebut menunjukkan bahwa algoritma sudah berada di daerah distribusi target.

Setiap kali proses iterasi, diperoleh nilai baru ke $-k$ untuk parameter β, σ^2, Y_{HBS} dari kecamatan ke-1 hingga ke-20. Nilai penaksiran parameter diperoleh dari nilai rata-rata rantai markov yang stasioner. Gambar 3 menunjukkan hasil RB dan RRMSE estimasi pengeluaran perkapita



Gambar 4. Perbandingan Pengeluaran Perkapita Level Kecamatan Hasil Estimasi Langsung dan Hasil SAE *Hierarchical Bayes* Spasial

level kecamatan menggunakan *hierarchical bayes* spasial.

Gambar 3 menunjukkan perbedaan hasil RB dan RRMSE pengeluaran perkapita 20 kecamatan menggunakan metode *hierarchical bayes* spasial. Terlihat bahwa nilai RB dan RRMSE pengeluaran perkapita level kecamatan metode *hierarchical bayes* spasial memberikan nilai yang sangat kecil (kurang dari nol). Hal ini menunjukkan bahwa nilai estimasi hasil *hierarchical bayes* spasial memberikan hasil yang akurat.

Gambar 4 menunjukkan perbandingan angka pengeluaran perkapita hasil estimasi langsung dan hasil pemodelan SAE menggunakan *hierarchical bayes* spasial. Nilai estimasi yang dihasilkan melalui metode *hierarchical bayes* spasial cukup bervariasi, beberapa diantaranya lebih tinggi dibandingkan nilai estimasi langsung dan beberapa lainnya lebih rendah. Perbedaan yang terjadi menunjukkan adanya koreksi dari model *hierarchical bayes* spasial terhadap nilai estimasi langsung. Koreksi ini dilakukan karena lemahnya akurasi dari kurangnya sampel. Selain itu, pengaruh korelasi spasial mengakibatkan pola garis halus (fluktuasi kecil).

KESIMPULAN DAN SARAN

Dalam penelitian ini, Susenas 2017 dan Podes 2014 digunakan untuk

melakukan estimasi pengeluaran perkapita level kecamatan di Kabupaten Tapanuli Tengah. Susenas didesain untuk menghasilkan estimasi akurat pada level kabupaten/kota, sedangkan Podes dapat memberikan estimasi yang akurat hingga level kecamatan. Estimasi pengeluaran perkapita level kecamatan dapat dilakukan dengan memanfaatkan kelebihan data survei yakni Susenas dan data sensus yakni Podes. Metode tersebut merupakan teknik *small area estimation* sehingga diperoleh estimasi pengeluaran perkapita level kecamatan. Metode *small area estimation* dilakukan melalui pendekatan metode *hierarchical bayes* dengan mempertimbangkan keterkaitan antar wilayah (bobot spasial).

Proses pemilihan variabel independen yang digunakan dalam pemodelan sangat mempengaruhi akurasi hasil estimasi. Simulasi model *hierarchical bayes* spasial dilakukan melalui algoritma *gibbs sampling*. Pemeriksaan konvergensi rantai markov dilakukan melalui diagnosis *trace plot*, *density plot*, dan *autocorrelation plot*. Proses iterasi dilakukan sebanyak 150.000 kali.

Estimasi pengeluaran perkapita level kecamatan yang dihasilkan melalui pendekatan SAE dan metode *hierarchical bayes* spasial memberikan hasil yang akurat karena menghasilkan nilai RB dan RRMSE yang kecil dimana nilai RB yang dihasilkan berada diantara -0,29 hingga

0,41 sedangkan nilai RRMSE yang dihasilkan berada diantara 0,20 hingga 0,44. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa pemodelan pengeluaran perkapita level kecamatan menggunakan *hierarchical bayes* spasial memberikan akurasi data yang baik dilihat dari nilai *relative bias* dan *relative root mean square error* yang kecil.

DAFTAR PUSTAKA

- Arndt, Channing.dkk. 2016. *Poverty Mapping Based on Firsr Order Dominance With An Example From Mozambique. Journal of International Development*, (28), 3-21.
- Bukhari, Ari Shobri. 2015. Pendugaan Area Kecil Komponen Indeks Pendidikan dalam IPM di Kabupaten Indramayu dengan Metode *Hierarchical Bayes* Berbasis Spasial. Tesis Sekolah Universitas Padjadjaran Bandung. Bandung. 166 hlm.
- Chandra, Hukum dan Kaustav Aditya. 2018. *Localised Estimates and Spatial Mapping of Poverty Incidence in The State of Bihar in India-An Application of Small Area Estimation Technique. Plos one*, 13(6), 1-14.
- Grassetti, Luca dan Laura Rizzi. 2018. *The determinants of Individual Health Care Expenditure in the Italian Region of Friuli Venezia Giulia: Evidence From a Hierarchical Spatial Model Estimation. Empir Econ. Springer-Verlag GmnH Germany*
<https://doi.org/10.1007/s00181-017-1372-9>, 1-23.
- Guadarrama, Maria, Isabel Molina dan J.N.K Rao. 2015. *A Comparison of Small Area Estimation Methods for Poverty Mapping. UC3M Working Papers Statistics and Econometrics*15-05. *Universidad Carlos III De Madrid*, 1-25.
- Lesage, James P. 1999. *The Theory and Practice of Spatial Econometrics*. Department of Economics. University of Toledo.
- Marchetti, Stefano dan Luca Secondi, 2017. *Estimates of Household Consumption Expenditure at Provincial Level in Italy by Using Small Area Estimation Methods: "Real" Comparisons Using Purchasing Power Parities. Springer Science & Business Media Dordrecht (131)*, 215-234.
- Molina, Isabel, Balgobin Nandram, dan J.N.K Rao. 2014. *Small Area Estimation of General Parameters With Application to Poverty Indicators: A Hierarchical Bayes Approach. The Annals of Applied Statistics Vol 8 No. 2*, 852-885.
- Rao, JNK dan Molina (2015). *Small Area Estimation*. New Jersey. John Wiley & Sons.
- Wahyuni, Dwi Asih Septi. 2018. *Spatial Hierarchical Bayes Estimation of Mean Years of Schooling.IOP Conf. Series: Material Science and Engineering 300(1)*, 1-6.
- Zhou, Qian M dan Yong You. 2008. *Hierarchical Bayes Small Area Estimation For The Canadian Community Health Survey.Canada: SSC Annual Meeting. Proceeding of The Survey Methods Section*.