PENERAPAN PETA KENDALI ATRIBUT KLASIK DAN PETA KENDALI NP BAYES PADA PRODUK CACAT AIR MINUM ASRI DI CV. MULTI REJEKI SELARAS PAYAKUMBUH

Ferra Yanuar¹, Mutiara Fara Nabilla², Izzati Rahmi³

^{1,2,3}Universitas Andalas e-mail: ¹ferrayanuar@sci.unand.ac.id

Abstrak

Usaha yang dapat dilakukan untuk menekan jumlah produk yang cacat atau rusak adalah dengan melakukan pengendalian kualitas. Pengendalian kualitas yang baik akan membantu dalam kelancaran proses produksi. Salah satu alat statistik yang dapat digunakan untuk mengevaluasi apakah suatu proses produksi berada dalam keadaan terkendali atau tidak secara statistik adalah peta kendali. Pada penelitian ini pengidentifikasian kualitas dilakukan dengan membuat peta kendali atribut yaitu peta kendali np. Peta kendali np ini dikonstruksi berdasarkan distribusi Binomial yang kemudian akan diduga menggunakan metode Bayes sehingga diperoleh peta kendali np Bayes. Selanjutnya, untuk menguji kinerja dari peta kendali ini, dilakukan perbandingan kedua bagan kendali berdasarkan nilai Average $Run\ Length\ (ARL)$. Hasil analisis dan pembahasan diperoleh bahwa peta kendali np Bayes prior konjugat lebih sensitif dalam mendeteksi data diluar kendali daripada peta kendali np Bayes prior non informatif. Peta kendali ini juga memiliki kinerja yang lebih baik karena memiliki nilai ARL yang lebih kecil dibandingkan peta kendali np klasik.

Kata kunci: Peta kendali *np*, metode Bayes, *Average Run Length* (ARL)

Abstract

Efforts that can be made to reduce the number of defective or damaged products is to carry out quality control. Good quality control will help in the smooth production process. One statistical tool that can be used to evaluate whether a production process is in a controlled state or not statistically is the control chart. In this study quality identification is done by creating an attribute control chart, i.e., np control chart. This np control chart is constructed based on the Binomial distribution which will then be assumed using the Bayes method so that the Bayes np control chart is obtained. Next, to test the performance of this control chart, a comparison of the two control charts is performed based on the Average Run Length (ARL) value. The results of the analysis and discussion show that the np Bayes prior control chart conjugate is more sensitive in detecting data out of control than the np Bayes prior non-informative control chart. This control chart also has a better performance because it has a smaller ARL value than the classic np control chart.

Keywords: np Control chart, Bayes method, Average Run Length (ARL)

PENDAHULUAN

Air merupakan sumber kehidupan bagi manusia dan makhluk hidup lainnya. Salah satu kegunaan air bagi manusia yaitu air minum, sebagai sumber energi utama bagi tubuh. Semakin berkembangnya teknologi maka semakin berkembang pula penyediaan air minum, salah satunya air minum dalam kemasan. Air minum dalam kemasan (AMDK) adalah air yang diolah dengan menggunakan teknologi tertentu, kemudian dikemas dengan berbagai variasi kemasan, seperti gelas, botol, galon, dan kemasan lainnya.

Perusahaan CV. Multi Rejeki Selaras merupakan salah satu perusahaan yang memproduksi air minum dalam kemasan di kota Payakumbuh, Sumatera Barat. Hasil produksi CV. Multi Rejeki Selaras yaitu produk merek Asri. Produk yang dihasilkan oleh perusahaan ini tidak seluruhnya baik, selalu saja ada produk yang mengalami kecacatan (Andriani, 2016). Usaha yang dapat dilakukan untuk menekan jumlah produk yang cacat atau rusak adalah dengan melakukan pengendalian kualitas. Pengendalian kualitas yang baik akan membantu dalam kelancaran produksi.

Salah satu alat statistik yang dapat digunakan untuk mengevaluasi apakah suatu proses produksi berada dalam pengendalian kualitas secara statistik atau tidak adalah peta kendali (control chart). Secara umum, terdapat dua kategori dalam peta kendali, yaitu peta kendali variabel dan peta kendali atribut. Pada penelitian ini pengidentifikasian dilakukan terhadap cacat produksi air minum Asri di CV. Multi Rejeki Selaras, sehingga peta kendali yang sesuai untuk kasus ini adalah peta kendali atribut. Pada dasarnya, peta kendali atribut dikembangkan berdasarkan dua macam distribusi, yaitu distribusi Poisson dan distribusi Binomial. Peta kendali atribut yang telah dikembangkan berdasarkan distribusi Binomial diantaranya adalah peta kendali p (proporsi ketidaksesuaian) dan peta kendali np (banyaknya ketidaksesuaian) (Montgomery, 2012).

Beberapa metode pendugaan titik yang digunakan untuk menduga parameter diantaranya adalah metode Momen, metode Maksimum Likelihood Estimation (MLE), dan metode Bayes (Aunali et al., 2017; 2013). Metode Bayes Ferra, et al.merupakan metode pendugaan yang menggabungkan distribusi prior dan distribusi sampel. Distribusi prior distribusi merupakan awal yang memberikan informasi tentang parameter, sehingga bila distribusi prior sudah dapat ditentukan, selanjutnya dapat ditentukan distribusi posterior dengan mengkombinasikan informasi dalam distribusi prior dengan informasi data sampel melalui teorema Bayes (Erto & Pallotta, 2015; Ferra dkk, 2020).

Peneliti sebelumnya yaitu Andriani (2016)menggunakan peta kendali multivariat np untuk menentukan karakteristik kecacatan yang mempunyai konstribusi terbesar menyebabkan proses tidak terkendali pada proses produksi air minum Asri di CV. Multi Rejeki Selaras. Resmalani (2020) menggunakan metode Bayes untuk menduga parameter Binomial sehingga didapatkan batas-batas pengendali dari peta kendali p Bayes. Pada penelitian ini akan dilakukan konstruksi peta kendali np Bayes untuk mengontrol proses produksi air minum Asri tersebut. Selanjutnya akan dilakukan komparasi kinerja antara peta kendali *np* klasik dengan peta kendali *np* Bayes berdasarkan nilai Average Run Length (ARL) terkecil (Montgomery, 2012).

METODE

Pengendalian Kualitas Statistik

Pengendalian kualitas statistik merupakan penggunaan metode statistika untuk mengumpulkan dan menganalisa data dalam menentukan dan mengawasi kualitas hasil produk. Salah satu alat bantu untuk menentukan apakah proses dalam keadaan terkendali atau tidak adalah peta kendali. Peta kendali yang dikembangkan oleh Walter Shewhart dikenal dengan sebutan peta kendali Shewhart. Pada peta kendali biasanya dipilih batas toleransi sebesar tiga

kali standar deviasi agar memperoleh kepercayaan sebesar 99,73% untuk mengetahui apakah suatu produksi berada dalam batas kendali atau tidak.

Peta Kendali *np* (Montgomery, 2012)

Peta kendali *np* digunakan untuk mengukur jumlah produk yang tidak sesuai dalam suatu subgrup *k* dengan ukuran sampel produk dalam subgrup setiap kali pengamatan berukuran *n* konstan. Peta kendali ini berdasarkan pada sebaran Binomial dan dikembangkan berdasarkan peta kendali Shewhart sehingga diperlukan nilai harapan dan standar deviasi dari *np* untuk membentuknya. Asas statistik yang melandasi pada peta kendali *np* yaitu distribusi Binomial. Adapun nilai harapan dan ragam dari peta kendali *np* masingmasing adalah:

$$\mu_{n\hat{P}} = nE(\hat{P}) = np,$$

$$\sigma_{n\hat{P}}^2 = n^2 Var(\hat{P}) = np(1-p),$$
dengan $\hat{P} = \frac{R}{n}$ didefinisikan sebagai

dengan $\hat{P} = \frac{\kappa}{n}$ didefinisikan sebagai rasio banyaknya produk yang tidak sesuai dalam sampel R dengan ukuran sampel n yang merupakan perkiraan nilai yang tidak diketahui dari parameter p.

Untuk mengestimasi nilai p yang tidak diketahui dari data, digunakan ratarata dari keseluruhan proporsi yaitu \bar{p} pada ukuran sampel n konstan dengan banyaknya pengamatan k dinyatakan oleh:

$$\bar{p} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \widehat{p_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} r_i}{nk},$$
 sehingga diperoleh

sehingga diperoleh batas-batas pengendali peta kendali *np* sebagai berikut:

Average Run Length (ARL)

Kriteria yang digunakan untuk dapat membandingkan kinerja peta kendali adalah dengan mengukur seberapa cepat peta kendali tersebut menangkap sinyal *out of control*. Peta kendali yang lebih cepat mendeteksi sinyal *out of control* disebut lebih sensitif terhadap perubahan proses. Salah satu cara untuk mengukur kinerja peta kendali adalah dengan menggunakan *Average Run Length* (ARL).

ARL dinyatakan sebagai:

$$ARL = \frac{1}{P(suatu\ titik\ di\ luar\ kendali)}$$
atau

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha}$$

bila proses dalam keadaan terkendali (in control). Parameter α menyatakan prokesalahan babilitas (error) tipe (menyatakan keadaan tidak terkendali padahal keadaan terkendali) atau probabilitas suatu titik rata-rata sampel jatuh di luar batas pengendali pada saat proses terkendali. Sedangkan perumusan untuk proses dalam keadaan terkendali (out of control) adalah:

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta}$$

dimana β = probabilitas kesalahan (error) tipe II (menyatakan keadaan terkendali padahal keadaan tidak terkendali) atau probabilitas suatu titik ratarata sampel jatuh di dalam batas pengendali pada saat proses tidak terkendali. Probabilitas kesalahan (error) tipe II dari peta kendali bagian ketidaksesuaian dapat dihitung dari:

$$\beta = P(\hat{p} < UCL|p) - P(\hat{p} \leq LCL|p).$$

Dengan adanya kedua jenis ARL ini, maka peta kendali terbaik dapat dipilih. Untuk ARL_0 peta kendali terbaik adalah peta kendali dengan nilai ARL terbesar, sedangkan untuk ARL_1 peta kendali terbaik adalah peta kendali dengan nilai ARL terkecil.

Sumber Data

Data kasus yang digunakan adalah data cacat keseluruhan produksi air minum Asri dalam kemasan 240 ml di CV. Multi Rejeki Selaras Kota Payakumbuh pada 2016. Data kasus yang bulan Juni digunakan dalam penelitian ini diambil oleh karyawan bagian produksi setiap hari, yaitu sebanyak 28 hari pada bulan Juni (Andriani, 2016). Pada data ini, banyaknya sampel perhari konstan yaitu 30000. Dengan demikian dinotasikan banyak pengamatan k = 28 dan ukuran sampel tiap pengamatan n= 30000. Banyaknya produk yang cacat perhari (r_i) , i = 1, 2, ..., k.

Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan adalah data produksi air minum Asri dan banyaknya produk yang tidak sesuai dalam proses produksi air minum Asri di CV. Multi Rejeki Selaras Kota Payakumbuh.

Metode Analisis Data

Metode yang digunakan adalah metode peta kendali np Bayes dengan melakukan pendugaan titik bagi parameter distribusi Binomial pada dengan menggunakan Bayes metode dan dilanjutkan dengan menentukan batas-batas pengendali pada peta kendali np Bayes. langkah-langkahnya Adapun sebagai berikut:

- 1. Menentukan fungsi likelihood dari distribusi Binomial(1,p).
- 2. Menentukan distribusi prior konjugat dan distribusi prior non-informatif dari p.
- 3. Menentukan distribusi posterior dari masing-masing distribusi prior yang telah diperoleh.
- 4. Menentukan UCL, CL, dan LCL dari peta kendali np Bayes berdasarkan nilai harapan dan ragam $n\hat{p}$ Bayes dari masing-masing distribusi posterior yang telah diperoleh.

Selanjutnya mengaplikasikan dan membandingkan peta kendali *np* klasik dan peta kendali *np* Bayes pada data kasus. Adapun langkah-langkah pembuatan kedua peta kendali tersebut adalah sebagai berikut:

- 1. Menggunakan data yang diambil dari CV. Multi Rejeki Selaras Kota Payakumbuh dan menentukan batas pengendalinya untuk peta kendali *np* klasik dan peta kendali *np* Bayes.
- 2. Menentukan banyaknya sampel yang tidak terkendali pada peta kendali *np* klasik dan peta kendali *np* Bayes berdasarkan data yang diambil dari CV. Multi Rejeki Selaras Kota Payakumbuh.
- 3. Mencari nilai ARL untuk peta kendali *np* klasik dan peta kendali *np* Bayes lalu membandingkannya.
- 4. Menentukan peta kendali terbaik berdasarkan nilai ARL terkecil.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Konstruksi Peta Kendali np Bayes

Pada peta kendali np Bayes, bataspengendalinya akan diestimasi batas dengan menggunakan metode Bayes. Misalkan peubah acak R adalah peubah acak diskret yang menyatakan banyaknya produk yang tidak sesuai dalam k pengamatan dengan ukuran sampel produk tiap pengamatan berukuran *n* konstan dan *p* adalah nilai kemungkinan dari banyaknya produk yang tidak sesuai dalam distribusi Binomial yang hanya memiliki nilai antara 0 dan 1. Selanjutnya dapat dituliskan $R \sim BIN(n, p)$ dengan fungsi kepekatan peluang bersyarat untuk r jika diberikan p adalah sebagai berikut:

$$f(r|p) = {n \choose r} p^r (1-p)^{n-r}, \quad 0 \le p \le 1.$$

Distribusi Beta merupakan keluarga eksponensial dari distribusi Binomial, sehingga distribusi Beta dapat digunakan sebagai prior konjugat dari distribusi Binomial. Selain itu, parameter p dalam distribusi Beta sebagai penduga yang tidak diketahui merupakan peluang banyaknya produk yang tidak sesuai dalam distribusi Binomial yang hanya memiliki nilai antara 0 sampai 1. Karena itu, digunakannya Beta sebagai distribusi prior dengan mengasumsikan bahwa parameter p dapat menjalani banyaknya tak hingga nilai-nilai bilangan riil dari 0 sampai 1. Misalkan $P \sim Beta(\alpha, \beta)$ dan g(p) adalah fungsi kepekatan peluangnya, maka distribusi posterior untuk konjugat Beta dapat diperoleh dari rasio fungsi kepekatan peluang bersama r dan p dengan fungsi kepekatan peluang marjinal r sebagai berikut (Erto et al., 2019):

$$\begin{split} g(p|r) &= \frac{f(r|p)g(p)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(r|p)g(p)} \\ &= \frac{p^{r+\alpha-1}(1-p)^{n-r+\beta-1}}{B(r+\alpha,n-r+\beta)}, \quad 0$$

Pendugaan Bayes untuk parameter p dapat diperoleh dari nilai harapan distribusi posterior. Batas-batas pengendali peta

kendali np Bayes prior konjugat Beta berdasarkan nilai harapan dan ragam $n\hat{p}$ Bayes adalah sebagai berikut:

$$CL = n \frac{(n\bar{p} + \alpha)}{n + \alpha + \beta}$$

$$UCL = n \frac{(n\bar{p} + \alpha)}{n + \alpha + \beta} + 3 \sqrt{n^2 \frac{n\bar{p}(1 - \bar{p})}{(n + \alpha + \beta)^2}}$$

$$LCL = n \frac{(n\bar{p} + \alpha)}{n + \alpha + \beta} - 3 \sqrt{n^2 \frac{n\bar{p}(1 - \bar{p})}{(n + \alpha + \beta)^2}}$$

dengan
$$\alpha = \bar{p}\left(\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{S^2}-1\right)$$
 dan $\beta = (1-\bar{p})\left(\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{S^2}-1\right)$ diperoleh dari pendugaan momen terhadap parameter Beta.

Salah satu pemilihan distribusi prior non-informatif adalah distribusi Uniform, karena tidak mengandung informasi tentang parameter p. Misalkan peubah acak $P \sim Uniform(0,1)$ dan g(p) adalah fungsi kepekatan peluangnya, maka distribusi posterior untuk prior non-informatif dapat diperoleh dari rasio fungsi kepekatan peluang bersama r dan p dengan fungsi kepekatan peluang marjinal r sebagai berikut:

$$\begin{split} g(p|r) &= \frac{f(r|p)g(p)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(r|p)g(p)} \\ &= \frac{p^r (1-p)^{n-r}}{B(r+1, n-r+1)}, \quad 0$$

Batas-batas pengendali peta kendali np Bayes prior non-informatif berdasarkan nilai harapan dan ragam $n\hat{p}$ Bayes adalah sebagai berikut:

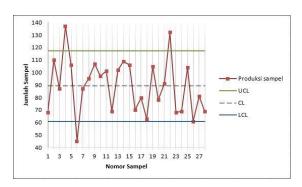
$$CL = n \frac{(n\bar{p}+1)}{n+2}$$

$$UCL = n \frac{(n\bar{p}+1)}{n+2} + 3 \sqrt{n^2 \frac{n\bar{p}(1-\bar{p})}{(n+2)^2}}$$

$$LCL = n \frac{(n\bar{p}+1)}{n+2} - 3 \sqrt{n^2 \frac{n\bar{p}(1-\bar{p})}{(n+2)^2}},$$

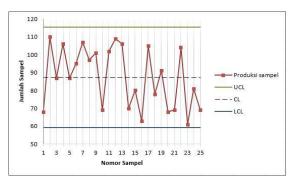
Grafik Peta Kendali np Grafik Peta Kendali np Klasik

Gambar 1 memperlihatkan batasbatas pengendali untuk peta kendali *np* klasik. Terlihat bahwa sampel ke 4,6, dan 22 berada di luar batas pengendali, sehingga dapat dikatakan proses produksi dalam keadaan *out of control* (tidak terkendali).



Gambar 1. Peta Klasik np Klasik

Selanjutnya dilakukan revisi terhadap peta kendali *np* klasik dengan menghilangkan sampel yang *out of control*, sehingga diperoleh grafik peta kendali *np* klasik (revisi) seperti Gambar 2 berikut.



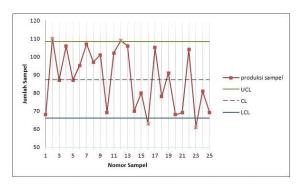
Gambar 2. Peta Kendali *np* Klasik (revisi)

Gambar 2 memperlihatkan bahwa semua sampel berada dalam batas pengendali sehingga proses produksi dalam keadaan *in control* (terkendali).

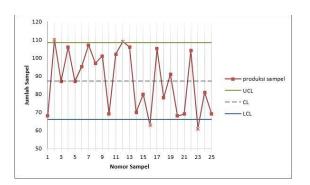
Grafik Peta Kendali np Bayes

Gambar 3 memperlihatkan batasbatas pengendali untuk peta kendali *np* Bayes prior konjugat. Dapat dilihat bahwa sampel ke 2, 12, 16, dan 23 berada diluar batas pengendali sehingga proses produksi dalam keadaan *out of control* (tidak terkendali).

Gambar 4 memperlihatkan batasbatas pengendali untuk peta kendali *np* Bayes prior non-informatif. Terlihat bahwa semua sampel berada dalam batas



Gambar 3. Peta Kendali *np* Bayes Prior Konjugat.



Gambar 4. Peta Kendali np Bayes Prior Non-informatif.

Tabel 1. Perbandingan Nilai ARL Peta Kendali np Klasik dan Peta Kendali np Bayes

p	Peta Kendali np	Peta Kendali np Bayes	Peta Kendali np Bayes Non-
•	Klasik	Konjugat	informatif
0,0019	1,608492842	1,127522832	1,492537
0,0020	2,154708037	1,268874508	1,937984
0,0021	3,097893432	1,52578578	2,725538
0,0022	4,852013586	1,968503937	4,132231
0,0023	8,26446281	2,725538294	6,807352
0,0024	14,97005988	4,07996736	11,93317
0,0025	28,49002849	6,497725796	22,42152
0,0026	58,82352941	11,0619469	43,85965
0,0027	125	19,76284585	93,45794
0,0028	263,1578947	34,12969283	208,3333
0,0028	344,8275862	41,15226337	270,2703
0,0029	370,3703704	43,66812227	344,8276
0,0029	312,5	39,5256917	357,1429
0,0031	147,0588235	24,09638554	188,6792
0,0031	98,03921569	17,76198934	123,4568
0,0031	61,72839506	13,03780965	81,96721
0,0032	40,98360656	9,861932939	53,19149
0,0033	19,8019802	5,827505828	24,44988
0,0034	10,70663812	3,829950211	12,85347
0,0035	6,402048656	2,725538294	7,369197
0,0036	4,132231405	2,082899396	4,719207
0,0037	2,933411558	1,681237391	3,241491
0,0038	2,21141088	1,431639227	2,421894
0,0039	1,77430802	1,273560876	1,908761
0,0040	1,50060024	1,172195522	1,579529

pengendali sehingga proses produksi dalam keadaan *in control* (terkendali).

3. Perbandingan Nilai ARL

Perbandingan nilai ARL untuk peta kendali *np* klasik, peta kendali *np* Bayes prior konjugat dan peta kendali *np* Bayes prior non-informatif dapat dilihat pada Tabel 1.

Dari Tabel 1 teramati bahwa peta kendali np Bayes prior konjugat memiliki nilai ARL yang relatif lebih kecil dibandingkan peta kendali np klasik dan peta kendali np Bayes prior non-informatif untuk setiap nilai p yang dipilih. Dengan demikian dapat dikatakan peta kendali yang memiliki kinerja terbaik pada penelitian ini adalah peta kendali np Bayes prior konjugat.

KESIMPULAN

Untuk mengkonstruksi peta kendali np Bayes sehingga didapatkan batas-batas pengendalinya, terlebih dahulu dilakukan pendugaan terhadap parameter p dengan metode Bayes, kemudian menentukan nilai harapan dan ragam bagi $n\hat{p}$ Bayes. Batasbatas pengendali untuk peta kendali np Bayes adalah sebagai berikut:

1. Prior Konjugat

$$CL = n \frac{(n\bar{p}+\alpha)}{n+\alpha+\beta}$$

$$UCL = n \frac{(n\bar{p}+\alpha)}{n+\alpha+\beta} + 3\sqrt{n^2 \frac{n\bar{p}(1-\bar{p})}{(n+\alpha+\beta)^2}}$$

$$LCL = n \frac{(n\bar{p}+\alpha)}{n+\alpha+\beta} - 3\sqrt{n^2 \frac{n\bar{p}(1-\bar{p})}{(n+\alpha+\beta)^2}},$$

2. Prior Non-informatif

$$CL = n \frac{(n\bar{p}+1)}{n+2}$$

$$UCL = n \frac{(n\bar{p}+1)}{n+2} + 3\sqrt{n^2 \frac{n\bar{p}(1-\bar{p})}{(n+2)^2}}$$

$$LCL = n \frac{(n\bar{p}+1)}{n+2} - 3\sqrt{n^2 \frac{n\bar{p}(1-\bar{p})}{(n+2)^2}},$$

Berdasarkan data dari CV. Multi Rejeki Selaras Kota Payakumbuh pada bulan Juni 2016, diperoleh hasil bahwa peta kendali *np* Bayes lebih banyak mengandung data out of control, sehingga dapat dikatakan peta kendali np Bayes lebih sensitif dan lebih efisien dalam mengontrol data out of control dibandingkan peta kendali *np* klasik. Dari perhitungan nilai ARL, peta kendali *np* Bayes prior konjugat memiliki nilai ARL yang relatif lebih kecil dibandingkan peta kendali *np* klasik dan peta kendali np Bayes prior non-informatif untuk setiap nilai p yang dipilih. Dengan demikian, dapat dikatakan peta kendali memiliki kinerja terbaik penelitian ini adalah peta kendali *np* Bayes prior konjugat.

Saran yang dapat diberikan untuk penelitian berikutnya agar dapat melakukan analisis peta kendali variabel dengan metode Bayes dan membandingkannya dengan peta kendali variabel yang telah ada sebelumnya.

DAFTAR PUSTAKA

Andriani, Sisi. (2016). Pengontrolan Kualitas Produk Menggunakan Metode Bagan Kendali Multivariat *np*

- dalam Usaha Peningkatan Kualitas Kasus di CV. Multi Rejeki Selaras Kota Payakumbuh. *Jurnal Matematika*, Vol VI, No. 1, pp: 161-167.
- Aunali, AS., Venkatesan D, dan Michele G. (2019). Bayesian Control Charts Using Gamma Prior. *International Journal of Scientific & Technology Research*, Vol. 8, No. 12, pp: 1567-1570.
- Erto, P. dkk. (2019). A Bayesian Control Chart for Monitoring the Ratio of Weibull Percentile. *Quality Reliability Enginering*, Special Issue Article. pp: 1-16.
- Erto P dan Pallotta G. (2015). A Semiempirical Bayeisn Chart to Monitor Weibull Percentile. *Scandinavian Journal of Statistics*. Vol 42, pp: 701-712.
- Ferra Y., Kamarulzaman I. dan Abdul AJ. (2013). Bayesian structural equation modeling for the health index. *Journal of Applied Statistics*, Vol. 40, No. 6, pp. 1254-1269.
- Ferra Y., Cici S dan Dodi D. (2020).

 Bayesian Inference for Pareto Distribution with Prior Conjugate and Prior Non-Conjugate. *Jurnal Matematika*. *Statistika* & *Komputasi*, No. 16, No. 3, pp. 382 390.
- Fu, JC., Spiring, FA., dan Xie, H. (2002). On the Average Run Lengths of Quality Control Schemes Using a Markov Chain Approach. *Statistics & Probability Letters*, Vol. 56, pp: 369 -380.
- Kandil, AM., Hamed, MS., dan Mohamed, SM. (2013). Average Run Length for Multivariate T^2 Control Chart Technique with Application. *Journal of the Egyptian Statistical Society*, Vol. 29, No. 2, pp: 1-20.
- Khoo, MBC., The, SY., Chew, XY., dan Teoh WL. (2015). Standard Deviation of the Run Length (SDRL) and Average Run Length (ARL) Performances of **EWMA** Synthetic Charts. **International** Journal of Engineering *Technology*, Vol. 7, No. 6, pp: 1-4.

- Montgomery, D.C. (2012). *Introduction to Statistical Quality Control*, 7th ed., Wiley, New York, NY.
- Resmalani, F. (2020). Perbandingan Peta Kendali p Klasik dan Peta Kendali p Bayes serta Aplikasinya pada Data Kasus di PT.XYZ. *Jurnal Matematika*, Vol IX, No. 2, pp: 162-168.
- Sunthornwat, R dan Areepong, Y. (2019).

 Average Run Length on CUSUM
 Control Chart for Seasonal and NonSeasonal Moving Average Process
 with Exogenous Variables.

 Symmetry, Vol 12, No. 173, pp. 1- 15