PENDUGAAN *STANDARD ERROR* DAN *CONFIDENCE INTERVAL* KOEFISIEN GINI DENGAN METODE *BOOTSTRAP*: TERAPAN PADA DATA SUSENAS PROVINSI PAPUA BARAT TAHUN 2013

[1]Dwi Indri Arieska, dan [2]Novi Hidayat Pusponegoro

[1] Aparatur Sipil Negara –Badan Pusat Statistik, Kabupaten Lamandau
[2] Dosen Jurusan Statistika –Sekolah Tinggi Ilmu Statistik, Jakarta
e-mail : [1] dwi.indri@bps.go.id, [2] novie@stis.ac.id

Masuk tanggal : 12 Agustus 2016, diterima untuk diterbitkan tanggal : 9 Januari 2017

Abstrak

Ketimpangan pendapatan merupakan salah satu indikator pembangunan ekonomi suatu negara. Salah satu ukuran ketimpangan pendapatan yang sering digunakan adalah koefisien gini. Namun, koefisien gini yang dipublikasikan merupakan estimasi titik yang memiliki kekurangan dalam fungsinya sebagai penduga dikarenakan tidak dipertimbangkannya peluang kebenaran dalam nilai tersebut. Sehingga, penduga titik saja tidak cukup untuk mengestimasi suatu parameter maka penduga interval menjadi penting karena merepresentasikan akurasi atau presisi dari sebuah estimasi. Penelitian ini menerapkan metode pendugaan terhadap standard error dan confidence interval koefisien gini dengan metode bootstrap guna memperoleh penduga selang nilai koefisien gini. Data yang dipergunakan dalam kajian ini adalah data Susenas Provinsi Papua Barat tahun 2013. Dengan mempergunakan nilai koefisien gini yang telah disesuaikan (koefisien gini bias-corrected) maka pendugaan standar error koefisien gini bias-corrected Provinsi Papua Barat tahun 2013 dilakukan dengan dua metode yaitu perhitungan sampel asli dan resample metode bootstrap nonparametrik. Temuan pada kajian ini adalah penduga selang koefisien gini yang dihitung dengan menggunakan bootstrap-t merupakan confidence interval terbaik dari keseluruhan confidence interval yang terbentuk karena memiliki standard error kecil dan interval pendek.

Kata Kunci: *confidence interval*, koefisien gini *bias-corrected, bootstrap*

Abstract

Income inequality is one of economic development indicators. As a kind of inequality indicators which is commonly used in Indonesia, gini coefficient is published as a point estimation. This estimation are lacking in its function as an estimator because it doesn't considerate the probability accuration of the estimate value.Thus, the confidence interval estimation is needed as a comprehensive estimator. The objective of this study is estimate the standard errors and confidence intervals Gini coefficients with the bootstrap method. This study used National Social Economics Household Survey for West Papua Province in 2013. The Gini coefficient that used is a bias-corrected gini coefficient as consideration the bias in the calculation. The standard error of bias-corrected gini coefficient in West Papua is carried out of two data, which are the original sample and resample nonparametric bootstrap method. This research found out that bootstrap-t confidence interval confidence interval is the best confidence interval since it has the smallest standard error and shortest interval.

Keywords*: confidence interval, bias-corrected Gini coefficient, bootstrap*

PENDAHULUAN

Penanggulangan kemiskinan dan ketimpangan distribusi pendapatan merupakan inti dan tujuan utama kebijakan pembangunan berkelanjutan di semua negara (Todaro dan Smith, 2004). Untuk mencapai tujuan ini, haruslah dilakukan upaya untuk mendorong pertumbuhan ekonomi yang berkelanjutan, inklusif dan adil secara bersama oleh semua negara di dunia yang dirumuskan dalam *Millenium Development Goals* (*MDGs*) dan diteruskan dalam *Sustanaible Development Goals* (*SDGs*). *SDGs* mulai direalisasikan pada 1 Januari 2016 dan harus diselesaikan pada tahun 2030. Dalam *SDGs* pengentasan kemiskinan dan ketimpangan distribusi pendapatan dinyatakan dalam tujuan pertama serta kesepuluh yaitu pengentasan kemiskinan dalam segala bentuk dan dimanapun serta mengurangi ketimpangan di dalam dan antar negara.

Menurut Seers dalam Asra (2013), terdapat empat indikator untuk mengukur pembangunan ekonomi, yaitu pertumbuhan ekonomi, tingkat kemiskinan, tingkat ketimpangan pendapatan, dan tingkat pengangguran. Ketimpangan merupakan salah satu masalah yang serius dalam pembangunan ekonomi suatu negara. Banyak negara di dunia mengalami perkembangan yang pesat dalam pertumbuhan ekonomi. Namun, distribusi pendapatan masyarakatnya justru memburuk, misalnya Amerika Serikat dan China (World Bank, 2016).

Umumnya, ukuran ketimpangan distribusi pendapatan antar penduduk dalam suatu wilayah dinyatakan dengan Rasio Gini. Todaro (2004) menyataan bahwa koefisien gini memiliki empat kriteria yang sangat dicari dalam suatu ukuran yaitu: prinsip anonimitas, independensi skala, independensi populasi, dan transfer, sehingga koefisien ini merupakan ukuran yang sesuai dalam menjelaskan suatu kondisi ketimpangan. Ukuran ini memiliki jangkauan nilai 0 sampai dengan 1 dengan interpretasi kemerataan pendapatan yang sempurna jika bernilai 0 yaitu jika setiap orang memiliki pendapatan yang tepat sama, dan ketimpangan sempurna jika bernilai 1 yaitu jika satu orang memiliki semua pendapatan sementara orang lain memiliki pendapatan nol. Namun, kemerataan dan ketimpangan sempurna merupakan hal yang mustahil.

Di Indonesia, perhitungan koefisien gini dipublikasikan oleh BPS berdasarkan data pengeluaran rumah tangga hasil dari Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS). Koefisien gini yang dipublikasikan merupakan estimasi titik yang memiliki kekurangan dalam fungsinya sebagai penduga dikarenakan tidak dipertimbangkannya peluang kebenaran dalam nilai tersebut. Sehingga, penduga titik saja tidak cukup untuk mengestimasi suatu parameter maka penduga interval menjadi penting karena merepresentasikan akurasi atau presisi dari sebuah estimasi.

Standard error dan penduga interval merupakan komponen penting dalam pendugaan suatu nilai parameter. *Standard error* (SE) adalah standar deviasi dari distribusi sampling suatu statistik. *Standard error* merujuk kepada perkiraan standar deviasi dari sampel tertentu yang digunakan untuk menghitung suatu nilai estimator. Namun dalam pendugaan ukuran ketimpangan pendapatan penduduk, nilai *standard error* masih jarang dilaporkan. Hal ini dikarenakan sebagian besar formulasi *standard error* yang diusulkan dalam literatur memiliki perhitungan kompleks dan rumit secara matematis atau memerlukan teknik komputasi tertentu untuk menghitung *standard error* tersebut. (Hoeffding, 1948).

Karagiannis dan Kovacevic (2000) serta Ogwang (2000) melakukan penelitian terkait penghitungan *standard error* koefisien gini. Penelitian-penelitian tersebut membahas cara-cara agar beban komputasi terkait perhitungan varian koefisien gini dapat diminimalisir dengan pendekatan metode *jackknife*. Salah satunya adalah dengan penggunaan sampel data yang lebih besar. Hal ini pada awalnya menjadi suatu masalah. Akan tetapi, sekarang sudah dapat diatasi dengan *metode bootstrap* untuk membentuk penduga selang nilai parameter koefisien gini.

Davidson (2009) menyajikan prosedur untuk menghitung *asimptotically correct standard error* koefisien gini dengan teknik yang relatif sederhana. Davidson menghasilkan rumus estimator *bias-corrected* koefisien gini, pendugaan *standard error* koefisien gini dan menggambarkan penggunaan metode *bootstrap* untuk menghasilkan kesimpulan estimasi koefisien gini yang reliabel.

METODOLOGI

Efron dan Tibshirani (1998) mendefinisikan *bootstrap* sebagai metode simulasi berbasiskan data yang dapat digunakan untuk statistika inferensia. Istilah *bootstrap* didapat dari sebuah frase "untuk menarik seseorang keatas dengan menggunakan satu tali sepatu (*bootstrap*)" yang diperoleh dari sebuah buku pada abad ke-18 yang berjudul "*Adventure of Baron Munchausen*" karya Rudolph Erich Raspe. Untuk selanjutnya, *Bootstrap* banyak dikembangkan oleh Efron dan banyak diaplikasikan dalam bidang statistika karena memiliki banyak keunggulan.

Bootstrap adalah metode statistika inferensia yang berbasis computer. Prosedur statistika yang digunakan dalam *bootstrap* adalah *sampling* dari sebuah populasi yang dilakukan dengan *resample*. Metode *bootstrap* adalah metode berbasis *resampling* data sampel dengan syarat pengembalian pada data dalam mendapatkan ukuran statistik suatu sampel yang mewakili data populasi. Keterwakilan data populasi di dapatkan dari ukuran *resampling* yang diambil secara ribuan kali.

Bootstrap memungkinkan seseorang untuk melakukan inferensia terhadap parameter tanpa membuat asumsi awal mengenai distribusi nilai data yang kuat dan tidak memerlukan formulasi analitis untuk distribusi sampling suatu estimator. Oleh karena itu, *bootstrap* menggunakan distribusi empiris untuk mengestimasi distribusi *sampling*. Jika parameter dapat dinyatakan sebagai sebuah fungsi dari distribusi yang tidak diketahui, fungsi distribusi estimator *bootstrap* sama dengan fungsi distribusi empiris. Salah satu yang merupakan daya tarik dari metode ini adalah secara langsung dapat memberikan nilai pendugaan *varians*, *bias*, *coverage* dan fenomena probabilita lain.

Ada beberapa batasan dalam metode *bootstrap*. Pertama sampel harus cukup besar dan diambil secara random sehingga dapat mewakili keseluruhan populasi. Sampel yang dimaksud disini mengikuti kaidah teorema limit pusat yaitu lebih dari atau sama dengan 30, karena metode *bootstrap* tidak dapat mengatasi beberapa bias untuk sampel yang tidak mewakili dan dalam beberapa kasus akan memperumit masalah. Kedua, metode parametrik lebih baik dalam banyak kasus untuk membuat pendugaan titik. Jadi, prosedur *bootstrap* dapat parametrik dapat menyediakan estimasi yang lebih akurat melalui pendugaan selang dengan pada suatu tingkat kepercayaan.

Langkah-langkah perhitungan dengan metode *bootstrap* adalah sebagai berikut:

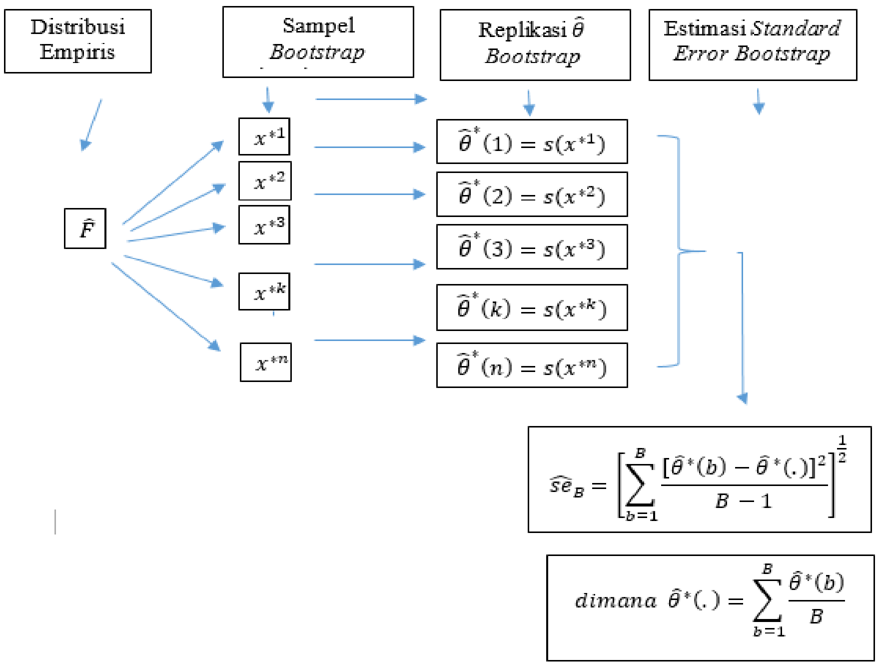
1. Sampel pada data x didefinisikan sebagai data sampel berukuran n yang terdiri dari $x_i = x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ dengan x_i sebagai vektor data pengamatan.
2. Sampel data x diambil secara acak berukuran n dengan pengembalian. Kemudian, diperoleh data sampel baru yang didefinisikan sebagai x^*. Sampel data x^* terdiri dari anggota data asli, akan tetapi mungkin sebagian data tidak akan muncul, atau muncul hanya sekali atau dua kali semuanya tergantung kepada randomisasi.
3. Langkah kedua dilakukan beberapa kali sebanyak B, sehingga mendapatkan himpunan data *bootstrap* $(x^{*1}, x^{*2}, \ldots, x^{*B})$ dengan setiap sampel *bootstrap* merupakan sampel acak yang saling independen. Dalam menentukan besarnya nilai B akan sangat bervariatif, karena besar kecilnya nilai B dapat memberikan hasil yang berbeda-beda bagi setiap tahapan dalam analisis.
4. Replikasi *bootstrap* $(x^{*1}, x^{*2}, \ldots, x^{*B})$ didapatkan dengan cara menghitung nilai $s(x)$ pada masing-masing sampel

bootstrap. Nilai *s(x)* merupakan suatu nilai taksiran statistik dari masing-masing sampel *bootstrap*. Proses ini menggunakan prinsip Monte Carlo untuk mendapatkan *standard error bootstrap*. *Standard error bootstrap* dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut :

$$\widehat{se}_B = \left[\sum_{b=1}^{B} \frac{[\hat{\theta}^*{(b)} - \hat{\theta}^*{(.)}]^2}{B-1}\right]^{\frac{1}{2}} \quad [1]$$

5. Selanjutnya setelah didapatkan *standard error bias-corrected* parameter dan *standard error bootstrap*, *confidence interval* dapat terbentuk. *Standard error bias-corrected* parameter digunakan untuk menghitung *confidence interval* normal standar. *Standard error bootstrap* dapat digunakan untuk menghitung *confidence interval* normal standar dan *bootstrap-t*.

Gambar di bawah ini merupakan gambar algoritma perhitungan *standard error bootstrap*. Sampel *bootstrap* adalah sampel independen berukuran n dari distribusi empiris suatu dugaan parameter $\hat{F}$.



Sumber: Efron dan Tibshirani (1986)

Gambar 1. Cara Mengestimasi Standard Error Bootstrap secara Umum

Beberapa *Confidence Interval Bootstrap*

Berikut disajikan beberapa penduga selang (*confidence interval)* parameter yang dihasilkan oleh metode *boostrap*. Untuk selanjutnya, *confidence interval* tersebut dipilih yang terbaik yaitu yang memiliki peluang besar dengan panjang interval yang realtif pendek.

Confidence Interval Normal Standar N (0, 1)

Pembentukan *confidence interval* normal standar adalah pembentukan *confidence interval* dengan metode frekuentis yang sering digunakan, yaitu berdasarkan:

$$(1-\alpha) = P[\hat{\theta} - z_{\frac{\alpha}{2}}.\widehat{SE}_{\hat{\theta}}, \hat{\theta} - z_{\frac{\alpha}{2}}.\widehat{SE}_{\hat{\theta}}]$$

$$[\hat{\theta} - z_{\alpha/2}.\widehat{SE}_{\hat{\theta}}, \hat{\theta} - z_{\alpha/2}.\widehat{SE}_{\hat{\theta}}] \quad [2]$$

dengan:

$\widehat{SE}_{\hat{\theta}}$: *Standard error bias-corrected* dari estimator $\hat{\theta}$ (koefisien gini *bias-corrected*).

$\hat{\theta}$: nilai estimasi parameter θ

Confidence Interval Standar *Bootstrap*

Perhitungan *confidence interval* standar *bootstrap bias-corrected* dengan simulasi *bootstrap* dapat dilakukan dengan rumus sebagai berikut:

$$[\hat{\theta} - z_{\alpha/2}.\widehat{SE_{Boot}}, \hat{\theta} - z_{\alpha/2}.\widehat{SE_{Boot}}]$$

$\widehat{SE_{Boot}}$ adalah *standard error* dari estimator *bias-corrected* yang diestimasi dari metode simulasi *bootstrap*.

Confidence Interval Bootstrap-t

Misalkan $\hat{\theta}$ pendekatan distribusi normal dengan mean θ dan varians $se(\hat{\theta})^2$. Selanjutnya diberikan $\widehat{se}(\hat{\theta})$ adalah estimator untuk $se(\hat{\theta})$ berdasarkan sampel asli. X. Dari sampel bootstrap $X^{*(b)}$, kemudian dapat dihitung:

$$T^{*(b)} = \frac{\hat{\theta}^{*(b)} - \hat{\theta}}{\widehat{se}(\hat{\theta})} \qquad [4]$$

Berdasarkan nilai $T^{*(b)}$, dapat diestimasi nilai kritis $t_{1-\alpha/2}$ dan $t_{\alpha/2}$ dari $\hat{t}_{\ 1-\alpha/2}$ dan $\hat{t}_{\ \alpha/2}$, masing-masing sebagi berikut:

$$\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} 1\{T^{*(b)} \leq \ \hat{t}_{\ 1-\alpha/2}\} \approx \frac{\alpha}{2} \quad \text{dan}$$

$$\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} 1\{T^{*(b)} \geq \ \hat{t}_{\ \alpha/2}\} \approx \frac{\alpha}{2}$$

Kemudian dapat dirumuskan *confidence interval bootstrap-t* sebagai berikut:

$$(1-\alpha) = P\{\hat{\theta} - \hat{t}_{\ 1-\frac{\alpha}{2}}.\widehat{se}(\hat{\theta}) \leq \theta \leq \hat{\theta} - \hat{t}_{\ \frac{\alpha}{2}}.\widehat{se}(\hat{\theta})\}$$

$$[\hat{\theta} - \hat{t}_{\ 1-\frac{\alpha}{2}}.\widehat{se}(\hat{\theta}), \hat{\theta} - \hat{t}_{\ \frac{\alpha}{2}}.\widehat{se}(\hat{\theta})] \qquad [5]$$

Perhitungan koefisien gini yang digunakan dalam penelitian adalah koefisien gini yang disarankan oleh Davidson (2009). Perhitungan koefisien gini tersebut merupakan inferensia yang reliabel untuk estimasi koefisien gini. Selain itu, perhitungan gini tersebut juga memberikan *standard error* yang reliabel, simpel dan efektif. Perhitungan koefisien gini tersebut dilakukan dengan rumus sebagai berikut:

$$\hat{G} = \left(\frac{2}{\mu n^2}\sum_{i=1}^{n} y(i)\left(i-\frac{1}{2}\right)\right) - 1 \qquad [6]$$

dengan:

$\hat{G}$: koefisien gini

μ : estimasi rata-rata pendapatan

$y(i)$: pendapatan ke-i yang sudah diurutkan dari kecil ke besar

i : series dari order statistik pendapatan, i= 1,2,…,n

n : jumlah data pendapatan [3]

Davidson (2009) menyatakan sebuah pendekatan untuk bias $\widehat{G}$ dari estimator *bias-corrected* koefisien gini yang dinotasikan dengan $\widetilde{G}$.

$$\tilde{G} = \frac{n}{n\text{-}1}\tilde{G} \qquad [7]$$

dengan:

$\widehat{G}$: estimator *bias-corrected* koefisien gini

N : jumlah data pendapatan

Estimator $\tilde{G}$ tetap memiliki bias, tetapi bias tersebut lebih kecil dari $n-1$. Persamaan dari estimator diatas dapat digunakan untuk menghitung sebuah estimasi *standard error* $\tilde{G}$. Rumus yang digunakan yaitu:

$$\tilde{Z}_i = -(\tilde{G}+1)y_{(i)} + 2(wi - vi) \qquad [8]$$

dengan:

$wi \quad = (2i-1)y_{(i)}/(2n)$

$vi \quad = n^{-1}\sum_{j=1}^{i} y_{(j)}$

Kemudian, *standard error* koefisien gini *bias-corrected* dapat dihitung dengan:

$$SE(\tilde{G}) = \sqrt{\frac{1}{(n\hat{\mu})^2}\sum_{i=1}^{n}(\tilde{Z}_i - \bar{Z})^2} \qquad [9]$$

Dengan:

$SE(\tilde{G})$: *standard error* koefisien gini *bias-corrected*

$\hat{\mu}$: estimasi rata-rata pendapatan

$\bar{Z}$: rata-rata $\tilde{Z}_i$ $= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\tilde{Z}_i$

n : jumlah data pendapatan

Davidson (2009) menunjukkan melalui percobaan simulasi distribusi asimptotik koefisien gini reliabel untuk sampel berukuran sekitar 100 observasi. Akan tetapi, pada kasus distribusi pendapatan yang mengikuti distribusi *lognormal* dengan varians besar atau ketika distribusi memiliki ekor yang panjang, inferensi yang reliabel dapat diperoleh melalui aplikasi metode *bootstrap*. Ukuran kemencengan (*skewness*) dan bentuk histogram dapat digunakan untuk mengetahui keadaan ekor suatu distribusi.

Perhitungan kemencengan dapat dilakukan dengan rumus berikut:

$$G_1 = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right)^3 \quad [10]$$

dengan:

G_1 : ukuran tingkat kemencengan
n : jumlah observasi
x_i : pendapatan per kapita ke-i
$\bar{x}$: rata-rata pendapatan per kapita
s : standar deviasi

Menurut Bulmer (1967), dalam buku yang berjudul "*Principles of Statistics* "ukuran tingkat kemencengan dapat di kelompokkan sebagai berikut:

- Jika ukuran tingkat kemencengan kurang dari −1 atau lebih dari +1 maka masuk ke dalam kelompok dengan kemencengan tinggi,
- Jika ukuran tingkat kemencengan antara −1 dan −½ atau antara +½ dan +1 maka masuk ke dalam kelompok dengan kemencengan menengah,
- Jika ukuran tingkat kemencengan antara −½ dan +½ maka masuk ke dalam kelompok mendekati simetris.

Jika hasil perhitungan ukuran tingkat kemencengan menyatakan bahwa data menceng kanan atau kiri, dapat dilanjutkan perhitungan *standard error* dan *confidence interval* koefisien gini *bias-corrected*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari bagian diseminasi Badan Pusat Statistik (BPS). Penelitian ini menggunakan variabel pendapatan per kapita Provinsi Papua Barat pada tahun 2013 yang diperoleh dari hasil Survei Sosial dan Ekonomi Nasional (Susenas) tahun 2013. Data sampel pendapatan per kapita Provinsi Papua Barat berukuran 3790 rumah tangga. Berdasarkan *resample* yang dilakukan sebanyak 9999 kali diperoleh nilai *standard error* dan *confidence interval* koefisien gini Provinsi Papua Barat tahun 2013.

Berdasarkan perhitungan nilai koefisien gini Davidson (2009) menggunakan formula [6] dan [7], diperoleh nilai koefisien gini sebesar 0,3818 dan nilai koefisien gini *bias-corrected* di Provinsi Papua Barat pada tahun 2013 adalah 0,3819. Nilai estimasi tersebut lebih rendah dibandingkan koefisien gini yang dihitung tanpa *resample* yaitu 0,41 (BPS, 2014). Berdasarkan koefisien gini *bias-corrected* tersebut diketahui bahwa tingkat ketimpangan pendapatan di Provinsi Papua Barat tahun 2013 dapat dinyatakan cukup merata dan masuk dalam kategori ketimpangan sedang.

Selanjutnya berdasarkan formula [9] dilakukan perhitungan nilai *standard error* koefisien gini *bias-corrected* dan diperoleh nilai sebesar 0, 0084. Nilai *standard error* tersebut menunjukkan bahwa perkiraan sampel yang digunakan untuk menghitung estimasi koefisien gini cukup tepat sebagai akibat adanya koreksi terhadap bias estimasi nilai koefisien gininya.

Davidson (2009) menunjukkan melalui percobaan simulasi distribusi asimptotik koefisien gini reliabel untuk sampel berukuran sekitar 100 observasi. Akan tetapi, pada kasus distribusi pendapatan yang mengikuti distribusi *log-normal* dengan varian besar atau ketika distribusi memiliki ekor yang panjang, inferensi yang reliabel dapat diperoleh melalui aplikasi metode *bootstrap*. Infomasi mengenai ukuran kemencengan (*skewness*) dan bentuk histogram dapat digunakan untuk mengetahui keadaan ekor suatu distribusi. Perhitungan kemencengan dilakukan dengan formula [10]. Berdasarkan perhitungan tersebut didapatkan ukuran tingkat kemencengan 5,5664 yang berarti data pendapatan per kapita Provinsi Papua Barat tahun 2013 termasuk ke dalam kelompok dengan kemencengan tinggi. Tingkat kemencengan yang positif mengindikasikan arah ekor yang menjulur ke kanan. Oleh karena data pendapatan per kapita Provinsi Papua Barat memiliki ekor yang berat (memiliki kemencengan tinggi), perlu dilakukan simulasi metode *bootstrap* untuk mendapatkan *standard error* dan *confidence interval* yang reliabel.

Davidson dan MacKinon (1999) menyatakan bahwa metode *bootstrap* nonparametrik merupakan metode yang sesuai dalam memperoleh nilai *standart error* data dengan tingkat kemencengan yang tinggi. Penelitian ini menggunakan *resample* yang dilakukan menggunakan data bangkitan yang berukuran 3790 seperti jumlah sampel awal sebanyak 9999 kali *resample* dengan bantuan *software R*. Proses *resample* menghasilkan 9999 set data sampel yang kemudian setiap set data sample di hitung koefisien gini *bias-corrected* masing-masing sebagai parameter. Kemudian, dari 9999 koefisien gini *bias-corrected* dapat dihitung *standard error bootstrap* menggunakan formula [1] sebagai berikut:

$$\widehat{se}_B = \left[\sum_{b=1}^{B} \frac{[\hat{\theta}^*(b) - \hat{\theta}^*(.)]^2}{B-1}\right]^{\frac{1}{2}} = 0{,}0064$$

Berdasarkan perhitungan didapatkan *standard error bootstrap* sebesar 0, 0064. *Standard error* koefisien gini *bias-corrected* yang dihasilkan dengan metode *bootstrap* lebih kecil daripada nilai *standard error* yang dihasilkan dengan data sampel asli. Hal tersebut membuktikan bahwa pendugaan dengan metode *bootstrap* lebih akurat daripada menggunakan data asli untuk kasus koefisien gini *bias-corrected* di Provinsi Papua Barat tahun 2013.

Tahapan selanjutnya adalah menghitung *confidence interval* koefisien gini *bias-corrected* Provinsi Papua Barat tahun 2013 dengan *standard error* yang tersedia dapat dihitung. *Standard error* koefisien gini *bias-corrected* sampel asli dapat digunakan untuk menghitung *confidence interval* normal standar koefisien gini *bias-corrected*. Berdasarkan perhitungan *confidence interval* yang dilakukan maka dapat disusun tabel *confidence interval* sebagai berikut:

Tabel 1. *Confidence interval* koefisien gini *bias-corrected* dengan berbagai metode *bootstrap* di Provinsi Papua Barat tahun 2013

Metode	***Standard Error***	**Batas Bawah**	**Batas Atas**	**Panjang Interval**
(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**
Normal (0,1)	0,0084	0.3654	0.3984	0.0331
Standar	0,0064	0.3696	0,3946	0.0250
Bootstrap-t	0,0064	0.3694	0.3941	0.0247

Sumber : Hasil Pengolahan *Software R* dan *Microsoft Excel* dengan alfa 5 %

Dengan tingkat kepercayaan 95%, berdasarkan tabel *confidence interval* koefisien gini *bias-corrected* Provinsi Papua Barat tahun 2013 diatas, diketahui *confidence interval* koefisien gini *bias-corrected* yang terbentuk dengan metode *bootstrap* memiliki panjang interval yang lebih pendek daripada menggunakan perhitungan dari sampel asli. Selain itu, dapat dilihat bahwa *confidence interval* koefisien gini *bias-corrected* yang terbentuk dengan berbagai metode *bootstrap* memiliki panjang interval yang pendek yaitu 0,0250 pada *confidence interval* normal standar *bootstrap* dan 0,0247 pada *confidence interval bootstrap-t*. *Standard error* yang dihasilkan dengan metode *bootstrap* juga memiliki nilai yang lebih kecil daripada *standard error* yang dihasilkan perhitungan sampel asli. Secara keseluruhan *confidence interval* koefisien gini *bias-corrected* Provinsi Papua Barat tahun 2013 terbaik adalah *bootstrap-t* karena memiliki *standard error* yang kecil dan panjang interval yang pendek. Hal tersebut menujukkan bahwa akurasi dari *confidence interval* koefisien gini *bias-corrected* yang terbentuk dari metode *bootstrap-t* lebih tinggi daripada metode lain.

KESIMPULAN

Dari penelitian ini dapat disimpulkan bahwa penghitungan nilai koefisien gini yang dihitung dengan metode Davidson lebih kecil dibandingkan metode yang biasa. Penghitungan *confidence interval* koefisien gini *bias-corrected* yang terbentuk dengan metode *bootstrap* memiliki panjang interval yang lebih pendek daripada menggunakan perhitungan dari sampel asli. *Standard error* yang dihasilkan dengan metode *bootstrap* juga memiliki nilai yang lebih kecil daripada *standard error* yang dihasilkan perhitungan sampel asli. Hal tersebut menunjukkan bahwa pendugaan dengan metode *bootstrap* lebih baik untuk pendugaan *standard error* dan *confidence interval* koefisien gini *bias corrected* Provinsi Papua Barat tahun 2013. Secara keseluruhan *confidence interval* koefisien gini *bias-corrected* Provinsi Papua Barat tahun 2013 terbaik adalah *confidence interval* koefisien gini *bias-corrected* yang terbentuk dari metode *bootstrap-t* karena memiliki *standard error* yang kecil dan panjang interval yang pendek.

DAFTAR PUSTAKA

Asra, Abuzar. (2013). Pembangunan dan Kemiskinan dari Perspektif Islam. Jakarta. Jurnal Pradigma Islam di Bidang Keuangan, Ekonomi dan Pembangunan, Vol.1, No.1 Tahun 2013

Asra, Abuzar. (2014). *Esensi Statistik Bagi Kebijakan Publi*k. Jakarta : InMedia

Asra, Abuzar. (2015). *Cerdas Menggunakan Statistik Edisi Perdana*. Jakarta :In Media.

Asra, Abuzar dan Slamet Sutomo. (2014). *Pengantar Statistika II Panduan Bagi Pengajar dan Mahasiswa*. Jakarta : Rajagrafindo Persada.

Badan Pusat Statistik. (2008). Analisis Kemiskinan 2008. Jakarta : Badan Pusat Statistik

Badan Pusat Statistik. (2014). Perhitungan dan Analisis kemiskinan Makro Indonesia Tahun 2014. Jakarta : Badan Pusat Statistik.

Badan Pusat Statistik Provinsi Papua Barat. (2014). Jumlah Penduduk Miskin, Persentase Penduduk Miskin, Garis Kemiskinan, Indeks Kedalaman Kemiskinan dan Indeks Keparahan Kemiskinan 2007–2014. Manokwari : Badan Pusat Statistik.

Badan Pusat Statistik Provinsi Papua Barat. (2014). Pengeluaran Per Kapita Per Bulan Menurut Kabupaten/Kota 2006-2013. Manokwari : Badan Pusat Statistik.

Bain, Lee J. dan Max Engelhart. (2000). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics.* Boston : Duxbury.

Banks, D. L. (1988). Histospline Smoothing The Bayesian Bootstrap. Biometrika 75, hlm. 673-684.

Bickel, P. J., Gotze, F., dan van Zwet, W. R. (1997). Resampling Fewer Than n Observations, Gains, Losses, and Remidies for Losses. Statist. Sin. 7, hlm. 1-32.

Bulmer, M. G. (1967). *Principles of Statistics*. New York : Dover Publications, Inc

Chernick, Michael R. (2008). *Bootstrap Methods: A Gide for Practitioners and Researchers Second Edition.* Hoboken,New Jersey : John Wiley and Sons.

Davidson, Russell. (2008). Reliable Inference for The Gini Index. Canada. Chair in Economics : McGill University.

Davison, A. C., Hinkley, D. V. (1997). Bootstrap Methods and Their Application. Cambridge: Cambridge UniversityPress.

Dudewicz, E. J. (1992). The Generalized Bootstrap. In Bootstrapping And Related Techniques, Proceedings, Trier, FRG. (K.-H. Jockel, G, Rothe, and W. Sendler, editors), Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol.376, hlm. 31-37. Springer-Verlag, Berlin.

Efron, B. (1982a). *The Jackknife, The Bootstrap, and Other Resampling Plans.* SIAM, Philadelphia.

Efron, B. (1986). How Biased is The Apparent Error Rate of A Prediction Rule? J. Am. Statist. Assoc. 81, hlm. 461-470.

Efron, Bradley dan Tibshirani, Robert J. (1993). Monographs on Statistics and Applied Probability 57 : An Introduction to the Bootstrap. Great Britain, London SE1 8HN. Chapman and Hall

Efron, B. dan Tibshirani, R. (1998). The Problem of Region . Ann. Statist. 26, hlm. 1687-1718.

Gamboa, Luis et al. (2009). Statistical Inference for Testing Gini Coefficients: An Application for Columbia. Columbia. Working Paper, No.65.

Giles, D. (2004). Calculating A Standard Error for The Gini Coefficient: Some Further Results. Oxford Bulletin of Economics and Statistics 66, 425-433.

Hair, Joseph F. et al. (1998). Multivariate Data Analysis. New Jersey : Prentice-Hall, Inc.

Hall, P. (1992a). The Bootstrap and Edgeworth Expansion. Springer-Verlag, New York.

Karagiannis, E. and Kovacevic, M. (2000). “A Method to Calculate the Jackknife Variance Estimator for the Gini Coefficient”, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, Vol. 62, pp. 119-22.

Mangahas, Mahar. (1973). A Note on “Income Inequality and Economic Growth : The Postwar Experience of Asian Countries”. Institute of Economic Development and research Discussion Paper No. 72-27.

Mills, J. A. and S. Zandvakili. (1997). “Statistical inference via bootstrapping for measures of inequality”, Journal of Applied Econometrics, Vol. 12, 133–150.

Rubin, D. B. (1981). The Bayesian Bootstrap. Ann. Statistik. 9, hlm. 130-134.

Sun, L. dan Muller Schwarze, D. (1996). Statistical Resampling Methods in Biology: A Case Study of Beaver Dispersal Patterns. Am. J. Math. Manage. Sci. 16, hlm. 463-502.

Supranto, J. (2008). *Statistik Teori dan Aplikasi Edisi Ketujuh*. Jakarta : Erlangga

Supranto, J. (2009). *The Power of Statistics untuk Pemecahan Masalah*. Jakarta : Salemba Empat

Todaro, Michael P. dan Stephen C. Smith. (2004). *Pembangunan Ekonomi di Dunia Ketiga Edisi Kedelapan*. Jakarta.: Erlangga.

Ogwang,T. (2000). ‘A Convenient Method of Computing the Gini Index and Its Standard Error’, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, Vol. 62, pp. 123-29.

Wada, R. O. (1975). Impacts of Economic Growth of Size Distribution of Income: The Postwar Experience of Japan, disertasi Ph.D yang belum dipublikasikan, University of Hawaii.

Walpole, Ronald E. (1995). *Pengantar Statistik Edisi Ketiga*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama

LAMPIRAN

Lampiran 1. Syntax pembentukan data pendapatan per kapita individu dari data pendapatan per kapita rumah tangga di software R

```
myData <- as.data.frame(papua)
yj <- myData$yj
art <-myData$art
datapapua<- matrix(yj[1],nrow=art[1])
for (i in 2:902)
{
  datapapua2<- matrix(yj[i],nrow=art[i])
  datapapua <- rbind(datapapua, datapapua2)
}
datapapua
write.csv(datapapua, file = "papuadata.csv")
```

Lampiran 2. Syntax perhitungan vi di software R

```
myData <- as.data.frame(papua)
hasil <- numeric(3790)
yj <- myData$yj
```

```
hasil[1] <- myData$yj[1]

for(i in 2:3790)
{
  hasil[i] <- hasil[i-1]+yj[i]
}
hasilAkhir <- numeric(3790)
for(i in 1:3790)
{
  hasilAkhir[i] <- hasil[myData$i[i]]
}
hasilAkhir
viFix <- hasilAkhir/3790
write.csv(viFix, file = "vipapuadata.csv")
```

Lampiran 3. Syntax resampel, perhitungan standard error dan confidence interval bootstrap di software R

```
myData <- as.data.frame(papua)
yi <- data.frame(myData$yi)

ginibiascorrected<- 0.38189164
nrObs<- dim(yi)[1]
data<-numeric(nrObs)

dataBase <- yi
#proses resampel
for (i in 1:9999)
{
  data <- sample(myData$yi, replace = T)
  dataBase <- cbind(dataBase, data)
}
mu <- colMeans(dataBase)

#proses sorting data pendapatan setiap set resampel
for(i in 2:10000)
{
  dataBase[,i] <-sort(dataBase[,i])
}

#proses perhitungan koefisien gini setiap set resampel
gini <- numeric(9999)
for(i in 2:10000)
{
term1 <- 2/(mu[i]*(nrObs^2))
yitemp <- numeric(3790)

        for(j in 1:3790)
        {
         yitemp[j] <- dataBase[j,i]*(j-0.5)
        }
term2 <- sum(yitemp)
result <- term1*term2
gini[i-1] <- result-1
}
gini
##proses perhitungan koefisien gini bias-corrected setiap set resampel
bcgini <- (3790/3789)*gini

#proses sorting koefisien gini bias-corrected hasil resample
giniSort <- sort(bcgini)

#proses perhitungan standard error bootstrap koefisien gini bias-corrected
SE <- sd(giniSort)

#proses perhitungan standar confidence interval bootstrap
bias <- mean(giniSort) - 0.38189164
c(bias,SE)
standar <- ginibiascorrected -bias+c(-1,1)*qnorm(.975)*SE

#proses perhitungan bootstrap-t confidence interval
t <- (bcgini-)/SE
sort <- sort(t, decreasing=F)
bb <- ginibiascorrected -(SE* quantile(t,c(0.975)))
ba <- ginibiascorrected -(SE* quantile(t,c(0.025)))
cbind(bb, ba)

#proses penyimpanan hasil resampel
write.csv(dataBase, file="papuadatabase1.csv")
#proses penyimpanan koefisien gini bias-corrected hasil resampel
write.csv(bcgini, file="papuabcgini1.csv")
#proses penyimpanan hasil sorting koefisien gini bias-corrected resampel
write.csv(giniSort, file="papuaginisort1.csv")
```